Årg. 40:3 Sept. 1957

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

TREDJE HÄFTET

G. Borelius, Om halvledarnas elektriska egenskaper 153

Harry Hellström, Apparater för framställning av svavelväte och klor 162

Arne Pleijel, Ett fullständighetsproblem vid bestämning av geometriska orter 163

Josef Andersson, Om udda stambråk 165

Tore Öberg, Approximativa formler för vinklar 171

G. Starck, Ekvivalentvikt för mangan och krom 173

Notiser: Harry Hellström, Explosionsförsök; G. Starck, Framställning av litopon, ett exempel på konduktometrisk titrering och Analys av tomtebloss 177

Aktuellt från sommaren 1957: Carl Rosengren, Tredje nordiska kongressen för lärare i matematik, fysik och kemi; Eve Staffansson, Kurs i fysik för lärare vid högre tekniska läroverk; Ernst Hansson, Metodikkurs i fysik i Stockholm; Björn Bruno, Kurs i fysik i Uppsala; S. Säverborn, Kurs i kemi; Kerstin Berg, Industriens Upplysningstjänsts industrikurs 180

Gradualavhandlingar: Hans Rudberg, Gunnar Widmark, Stig Brimberg .. 188

Bokanmälningar: Holtoug/Skou-Jørgensen, Lærebog i teknisk matematik; Blaschke, Kreis und Kugel; Brisac, Exposé élémentaire des principes de la géométrie euclidienne; Meyer, Symposium on Monte Carlo Methods; McCracken, Digital Computer Programming; Bass, Cours de mathématiques; Archibald, Outline of the History of Mathematics; Hofmann, Geschichte der Mathematik II; Lass, Elements of Pure and Applied Mathematics; Schrödinger, Expanding Universes; Fung, An Introduction to the Theory of Aeroelasticity; Liepmann/Roshko, Elements of Gasdynamics; Patterson, Molecular Flow of Gases; Jaeger, Elasticity, Fracture and Flow; Faxén, Mekanik, Dynamik I; Surveys in Mechanics; Elcock, Order-Disorder Phenomena; forts. å omslagets andra sida.

Problemavdelning:
Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 216
Matematiska och fysikaliska uppgifter i fyllnadsprövning efter studentexamen aug. 1957 219

Författare i detta häfte (226); Insänd litteratur (227)

Annonsörer: Almqvist & Wiksell; R. Grave; Lindståhls Bokhandel; Norstedt & Söner; AB Philips; Svenska Bokförlaget.

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Prenumeration sker genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 15:—, pr häfte kr. 4:25. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

Redaktör och utgivare: C. E. Blom. Karlbergsv. 16, Stockholm.

Tidigare årg. Förfråga Eder direkt hos red. Av årg. 1—13 är flera ofullständiga. Priset pr årg. (i häften) är för årg. 14 (1931) t.o.m. 34 (1951) kr. 10:—, för årg. 35—38 kr. 12:50, för årg. 39 kr. 15:—.

Pärmar av grön klot à 3:—+25 öre i porto; varje pärm avsedd för två årg.

Problemhäften för åren 1943—52 à kr. 1:20, för 1953—1955 à kr. 1:40, för 1956 à 2:20. Innehåll: Student- o. realex.-uppg. i matem. o. fysik med svar och anvisningar.

Särtryck ur ELEMENTA:

2. M. Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 2:—.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 2:—.
6. S. Comét, Matrisräkning. Slut.
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2:40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 2:—.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 2:60.
10. L. G. Sillén, Kemistens hjärna - ett utrymmesproblem, kr. 2:—.
11. C.-E. Fröberg—G. Kjellberg—O. Boivie, Siffermaskiner och hålkortsmaskiner, kr. 3:—.
12. Karin Aurivillius, Analysvågen, kr. 2:40.
13. Uno Trägårdh, Primär- och sekundärelement, kr. 2:40.
14. K.-B. Augustinsson, Enzymkemi, kr. 2:60.

Problemhäften och övriga särtryck sändes pr korsband (porto 15 öre) om inbetalning sker till postgiro 527 55, Elementa, Karlbergsvägen 16, Stockholm

---

Problemhäfte 1956 innehåller, utom sedvanliga examensuppg., av Skolöverstyrelsen utarbetade

Övningsuppgifter i matematik till studentexamen

enl. fr.o.m. vt. 1957 gällande bestämmelser: för reallinjens matem. och biologiska grenar och allm. linjens sociala gren. Under de närmaste åren, då ännu endast ett fåtal examensuppg. av de nya typerna kommer att föreligga, är övningsuppg. en stor tillgång för undervisningen. — Första trycket (dec. 1956) är snart slutsålt; nytryck förberedes. Häftets pris är kr. 2:20+15 öre i porto.

Problemhäfte 1957 utkommer i början av dec.

Till salu: Elementa årg. 1—38 i 19 förlagsbd jämte årg. 39 (1956) i häften. Upplysningar genom redaktionen. — Den i junih. omnämnda serien, årg. 1—36, är såld.

Bokanmälningar (forts): Kittel, Introduction to Solid State Physics; Reports on Progress in Physics, Vol. 18, 19; Year Book of the Physical Society 1955, 1956; Statens Naturvetenskapliga Forskningsråds Årsbok 1955; Fermi, United States Participation in the Peaceful Uses of Atomic Energy; Crowther, Nuclear Energy in Industry; Arley/Skov, Atomenergiens udnyttelse; Reactors, Progress in Nuclear Energy Series II, Vol. 1; da C. Andrade, An Approach to Modern Physics; Moore, Strövtåg på månen; Naur/Strömgren, Strövtåg i universum; Holland, Vacuum Deposition of Thin Films; Robertson, Stress Corrosion, Cracking and Embrittlement; Smith, Aircraft Gas Turbines; Merrill, Principles of Guided Missile Design, Vol. I, III; Rothbart, Cams; Schröder, Radiobyggboken, del 1. 192

Komplett biologikurs för treåriga realskolan

Anders Boierth

BIOLOGI

För 1^3—2^3, 1^4—3^4 och enhetsskolans klass 7—8

- Utarbetad i enlighet med de nya kursplanerna
- Godkänd av Statens Läroboksnämnd

Inb. 4:95

Öhman — Boierth

MÄNNISKOKROPPEN och dess funktioner

»Förtjänt av att införas i samtliga Sveriges realskolor, flickskolor och enhetsskolor.»

Tidning för Sveriges Läroverk

5:75 G

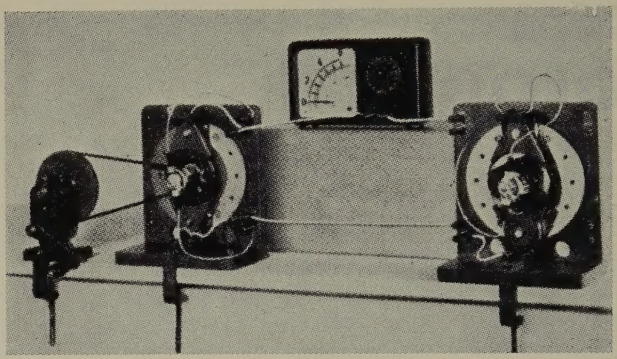
ALMQVIST & WIKSELL

Box 159 - Stockholm 1 - Postgiro 758

AWE

LEYBOLD:s EXPERIMENTSATSER

Elektriska Maskiner



Ur samling II

Prisexempel

Samling II kompl. kr. 885:—
Instrument » 292:—
Handdrivanordning » 104:—

LEYBOLD · KVALITET · UTVECKLING

Begär Specialprospekt

RUDOLPH GRAVE AB

SKOLAVDELNINGEN

Box 3082, Malmskillnadsg. 48c, Stockholm 3, Tel. 23 37 80
Box 4158, St. Nygatan 27b, Malmö 4, Tel. 381 25

Om halvledarnas elektriska egenskaper

Av professor G. Borelius, Stockholm

Halvledande element. Den stora grupp av de kemiska elementen som har en eller två elektroner i det yttersta elektronskalet, dvs. en eller två relativt svagt bundna valenselektroner, bildar i fast tillstånd metalliska strukturer, där valenselektronerna icke längre tillhöra individuella atomer utan röra sig mera fritt i mellanrummet mellan atomerna. Det motsatta gränsfallet utgöres av ädelgaserna med helt fyllda elektronskal och därför fastare bundna elektroner samt därnäst halogenerna med endast en lucka i det yttre skalet. I dessa ämnen äro även i fast tillstånd alla elektroner bundna till enskilda atomer respektive tvåatomiga molekyler. Mellan metallerna och halogenerna ligger i periodiska systemet (se fig. 1) en grupp av ämnen, inramade i figuren, i vilka valenselektronerna, som äro tre till sex till antalet, i fast tillstånd ingå i kovalenta bindningar mellan atomerna. Dessa ämnen äro i fast tillstånd isolatorer eller halvledare. De strukturellt och fysikaliskt sett enklaste kristallerna inom denna grupp finner man bland de fyrvärda elementen, nämligen hos kol (i form av diamant), kisel och germanium. Då dessa ämnen dessutom äro de som för närvarande tilldraga sig det största tekniska intresset, ha vi starka skäl att vid en introduktion av halvledarfenomenen utgå från dem som belysande exempel.

Egenledning. Kristallgittret för diamant, kisel och germanium är ett skelettgitter, där varje atom är bunden med kovalenta band till fyra andra (se fig. 2). I en tvådimensionell framställning kan bindningen åskådliggöras så som i fig. 3. Atomkropparna, dvs. vad som återstår av atomerna om de fyra elektronerna i det yttre ofullständiga elektronskalet frånräknas, ha fyra positiva överskottsladdningar och dela åtta i kovalenta band ingående elektroner med sina närmaste fyra grannar. Vid låga temperaturer äro sålunda samtliga elektroner bundna och kristallen är en isolator. Med stigande temperatur och stigande termisk rörelse hos gittret inträffar emellertid allt oftare att ett band tillfälligt upplöses, vilket ger upphov till å ena sidan en fri elektron, å andra sidan ett tomrum efter elektronen, ett s. k. positivt hål (se figuren). Om en fri elektron eller ett positivt hål befinner sig på stort avstånd från andra fria elektroner eller hål,

11	12	13	14	15	16	17	18
	Be	B	C	N	O	F	Ne
	Mg	Al	Si	P	S	Cl	A
Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	J	X
Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn

Fig. 1. Halvledarnas ställning i det periodiska systemet.

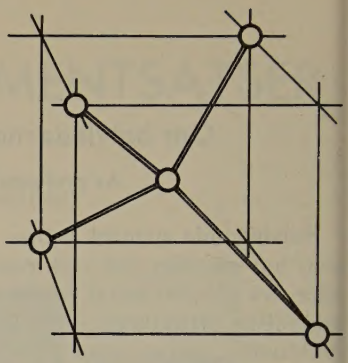


Fig. 2. Atomanordning i ett diamantgitter.

kunna de förflytta sig från ett ställe i gittret till ett annat utan att den potentiella energin ändras. I ett elektriskt fält K V/cm förflyttas den negativa elektronen med laddningen $-e$ coulomb och det positiva hålet med laddningen $+e$ i motsatta riktningar. Båda bidraga därför till den elektriska ledningen. Deras antal är i rena kristaller alltid lika, N per cm³, men deras rörligheter u_n och u_p olika. Strömtätheten kan skrivas

$$i = Ne(u_n + u_p)K \quad \text{A/cm}^2 \tag{1}$$

och ledningsförmågan, konduktiviteten, blir

$$\sigma = Ne(u_n + u_p) \quad \Omega^{-1}\,\text{cm}^{-1} \tag{2}$$

Som vi skall se i det följande har man genom att studera den ökade ledningsförmåga, som erhålles efter tillsats av vissa främmande ämnen, möjlighet att bestämma u_n och u_p var för sig. Konduktiviteten ger därefter upplysning om antalet N av fria elektroner och positiva hål. Medan u_n och u_p variera relativt svagt med temperaturen, är N mycket starkt beroende av densamma och bestämmer i huvudsak ledningsförmågans temperaturberoende. Detta temperaturberoende kan härledas på följande sätt. Antalet per cm³ och sekund av värmerörelsen alstrade par av elektroner och positiva hål n är bestämt av en Boltzmannfaktor och kan skrivas

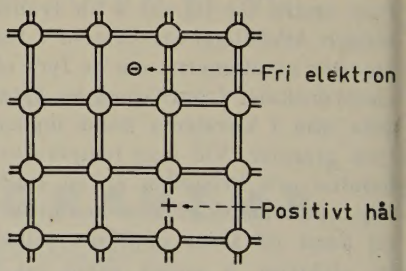


Fig. 3. Uppkomsten av elektroner och positiva hål i ren kisel eller germanium.

$$n \sim \exp(-E/kT) \tag{3}$$

där E är den energi som fordras för att skilja elektronen och det positiva hålet, k Boltzmannkonstanten och T absoluta temperaturen. Det antal elektroner och hål, som återförenas per cm³ och sekund, är proportionellt mot sannolikheten för ett sammanträffande mellan en elektron och ett hål, dvs. proportionellt mot produkten av koncentrationerna av elektroner och hål, vilka båda är N, och således proportionellt mot N^2. Rekombinationen av elektroner och hål ger sålunda en minskning av deras antal per cm³ och sekund

$$-n \sim N^2 \tag{4}$$

Vid jämvikt måste det antal par som bildas och rekombinera vara lika, vilket ger

$$N^2 \sim \exp(-E/kT) \tag{5}$$

eller

$$N = konstant \cdot \exp(-E/2kT) \tag{6}$$

Mera ingående analys av förloppet ger även storleksordningen av konstanten. Man har funnit

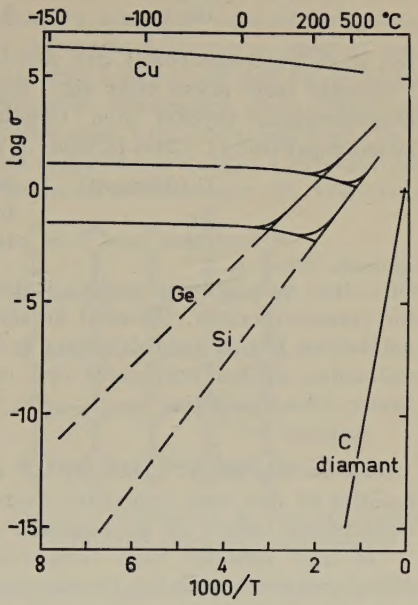


Fig. 4. Logaritmen för ledningsförmågan i ohm^{-1} cm^{-1} som funktion av reciproka temperaturen.

$$N = 10^{19} \exp(-E/2kT) \tag{7}$$

Detta värde insatt i ekv. (2) ger, då $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ coulomb,

$$\sigma = a(u_n + u_p) \cdot \exp(-E/2\mathrm{kT})\ \Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1} \tag{8}$$

där a blir av storleksordningen 1—10 coulomb/cm³. Rörligheterna u för en fältstyrka av 1 V/cm varierar inom de relativt snäva gränserna 100—10000 cm/sek, och storleksordningen av σ kommer huvudsakligen att bli beroende av aktiveringsenergin E. Den starka ökningen av σ med temperaturen framgår enklast av diagram med $\log \sigma$ som funktion av $1/T$. Av ekv. (8) fås nämligen

$$\log \sigma = \log a(u_n + u_p) - \frac{E}{2k} \log e \cdot \frac{1}{T} \tag{9}$$

De räta linjerna i diagrammet i fig. 4 visa experimentella resultat för diamant, kisel och germanium. Lutningen av linjerna ge följande värden på E.

C (diamant)	5,3 eV
Si	1,12
Ge	0,73

Det stora frigörelsearbetet, dvs. den starka bindningen av elektronerna i diamant (som också visar sig i diamantens stora hårdhet) gör ledningsförmågan mycket liten. Genom extrapolation finner man för rumstemperatur ($T=293$) följande σ-värden.

C (diamant)	10^{-30} $\Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1}$
Si	10^{-6}
Ge	10^{-2}

Ofta drar man gränsen mellan isolatorer och halvledare vid $\sigma=10^{-10}$ för rumstemperatur. Diamant är sålunda en god isolator, Si och Ge halvledare. Denna gränsdragning är emellertid rent konventionell, och skillnaden mellan halvledare och isolatorer av detta slag är kvantitativ, icke kvalitativ.

Dopade halvledare. Den typ av elektricitetsledning vi hittills behandlat är den som uppträder även i perfekta enkristaller och som underhålles enbart av de termiska rörelserna i kristallen.

Vid icke särdeles höga temperaturer, exempelvis i det tekniskt viktiga området omkring rumstemperatur, kan man erhålla betydligt högre konduktivitet, än den som bestämmes av egenledningen, i material med små tillsatser av lämpliga främmande ämnen. En avsiktlig tillsats av sådana ämnen kallas tekniskt att *dopa* materialet. Vid framställning av material med önskade väldefinierade tillsatser måste man först framställa mycket rena Si- eller Ge-kristaller. Det sista steget i reningsprocessen, efter den kemiska reningen, är den för endast få år sedan uppfunna zonsmältningen. Provet i form av en långsträckt kristall upphettas lokalt på sådant sätt att en smält zon upprepade gånger får vandra fram i samma riktning från den ena änden av provet till den andra. Då vid smältpunkten jämviktskoncentrationen av en förorening som regel är större i smältan än i kristallen, föras föroreningarna på detta sätt mot provets ände och man kan uppnå reningsgrader av 1 på 100 000 eller mer. Den renade enkristallen smältes sedan tillsammans med den önskade tillsatsen, och ur smältan drages så en dopad enkristall.

Beroende på om de tillsatta ämnena har högre eller lägre valens än det fyrvärda utgångsmaterialet, som tillhör grupp 14 i det lång-

periodiska systemet, kan man genom dopning erhålla två olika slag av ledningsmekanism i kristallen.

n-ledare. Är det tillsatta ämnet femvärt, dvs. något av ämnena P, As, Sb, Bi ur den 15:e gruppen, har störatomernas atomkropp, innehållande de fullständiga elektronskalen innanför valenselektronerna, fem positiva överskottsladdningar. Av valenselektronerna ingå, så som åskådliggöres i fig. 5, fyra i de kovalenta banden och den femte hålles bunden av coulombkraften i närheten av störatomen. Denna bindning är emellertid relativt svag, och elektronen kan av värmerörelserna i gittret frigöres och bidraga till den elektriska ledningen i halvledaren. Störatomer, som på detta sätt lämna fria elektroner till kristallen, kallas *donatorer*. Vid temperaturer, som äro tillräckligt höga för att praktiskt taget samtliga störatomer skola ha avlämnat en ledningselektron men tillräckligt låga för att antalet ledningselektroner från det ostörda gittret skall vara litet jämfört med antalet störatomer, blir antalet ledningselektroner per cm^3 praktiskt taget lika med antalet störatomer, och ledningsförmågan blir så som visas med ett par exempel i fig. 4 endast svagt beroende av temperaturen. Den svaga nedgången av ledningsförmågan med stigande temperatur beror på att elektronernas rörelse i det elektriska fältet försvåras av stigande värmerörelse i gittret på samma sätt som i rena metaller (jämför den i diagrammet införda kurvan för Cu). Om antalet störatomer och därmed antalet ledningselektroner N_n är känt, kan man vid ren elektronledning bestämma elektronernas rörlighet u_n med hjälp av ekvationen (2) som här förenkas till

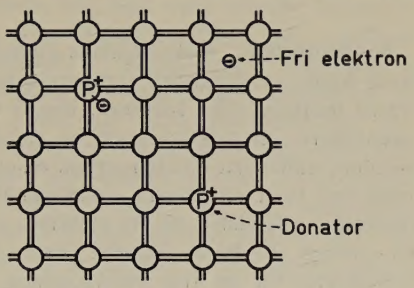


Fig. 5. Uppkomsten av fria elektroner i n-ledande kisel eller germanium.

$$\sigma = N_n e u_n \qquad (10)$$

p-ledare. Om störatomerna tagas från ämnen inom den 13:e gruppen i det periodiska systemet, dvs. gruppen B, Al, Ga, In, Tl med tre valenselektroner, räcka valenselektronerna icke till för att fylla alla kovalenta band i gittret. Intill störatomerna uppstå, så som åskådliggöres av fig. 6, brutna bindningar, positiva hål, vilka genom värmerörelsen kunna frigöras från störatomen, som därvid får en negativ elektronladdning i överskott och kallas *acceptor*. De frigjorda och rörliga positiva hålen uppträda som positiva laddningsbärare

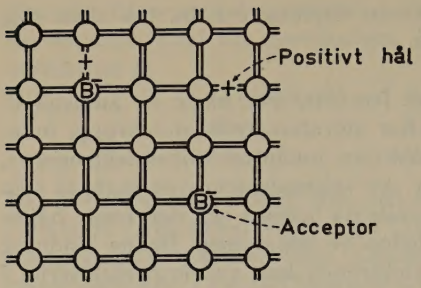


Fig. 6. Uppkomsten av positiva hål i p-ledande kisel eller germanium.

och få i ett elektriskt fält en rörlighet u_p. Inom temperaturområden där ledningen genom positiva hål, p-ledningen, helt överväger, kan rörligheten u_p bestämmas av ledningsförmågan, som nu kan skrivas

$$\sigma = N_p e u_p \qquad (11)$$

och koncentrationen av positiva hål N_p erhålles om koncentrationen av främmande atomer är känd.

Banddiagram. Halvledarnas elektriska egenskaper beskrivas oftast med hjälp av diagram, som ange energinivåerna för elektronerna i deras möjliga olika tillstånd. Fig. 7 visar sådana nivådiagram för en egenledare, en n-ledare och en p-ledare. De rutade banden, valensbanden, motsvara elektronernas energifördelning i de kovalenta bindningarna med ett högsta energivärde a. För att upplösa en kovalent bindning och alstra en fri elektron och ett positivt hål fordras minst en energi $E=b-a$. Bandet över b, ledningsbandet, anger alltså energierna för de fria elektronerna (markerade med punkter). Förflyttningen av de positiva hålen är ekvivalent med en förflyttning av de i de kovalenta bindningarna ingående elektronerna utan ändring av bindningarnas antal och således utan energiändring. De positiva hålen (markerade med ringar) tillhöra därför vad energin beträffar valensbandet.

Energinivån c i diagrammet för en n-ledare hänför sig till den udda valenselektronen i en donatoratom, dvs. den femte valenselektronen som ej blivit engagerad i de kovalenta bindningarna, och representerar dess energi så länge den ännu med coulombkrafter är bunden till donatorerna. Läget av denna nivå c bestämmes av den

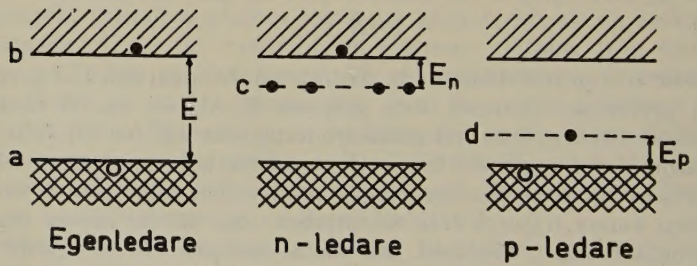


Fig. 7. Bandmodeller för beskrivning av energiförhållandena i halvledare.

minsta energi $E_n=b-c$ som fordras för att helt frigöra elektronen och föra den upp i ledningsbandet.

I diagrammet för en p-ledare representerar nivådifferensen $d-a$ den energi som fordras för att lösgöra en elektron ur de kovalenta bindningarna mellan exempelvis Si-atomerna för att komplettera antalet kovalenta bindningar kring en trevärd acceptoratom till fyra. Vid denna process alstras alltså ett negativt störställe vid acceptoratomen och ett positivt hål i valensbandet. $E_p=d-a$ är sålunda aktiveringsenergin för alstrande av ett positivt hål.

Halleffekten. Vi ha tidigare nämnt att i dopat material inom vissa temperaturområden antalet ledningselektroner är lika med antalet donatoratomer eller antalet positiva hål lika med antalet acceptoratomer. Antalet laddningsbärare kan sålunda i dessa fall i princip bestämmas av den invägda mängden av tillsatsämnet eller genom kemisk analys. De oftast mycket små tillsatserna gör emellertid en sådan bestämning mycket svår. I fall där man huvudsakligen har med ett slag av laddningsbärare att göra, alltså elektroner eller hål, kan deras antal per cm³ enklare bestämmas genom Halleffekten. Denna effekt innebär att om en ledare befinner sig i ett magnetfält av styrkan B_y i riktningen y och man genom ledaren sänder en ström med strömtätheten i_x i riktningen x, så uppstår i den mot x och y vinkelräta riktningen z ett spänningsfall

$$\frac{dU}{dz}=-RB_y i_x \tag{12}$$

R är ämnets Hallkoefficient som enligt teorin är

$$R=-\frac{3\pi}{8}\,\frac{1}{Ne} \tag{13}$$

där e är den rörliga laddningen, dvs. den negativa elementarladdningen för elektronerna, den positiva elementarladdningen för de positiva hålen. Antalet N av laddningsbärare per cm³ blir alltså bestämt genom mätning av R, vars tecken även visar om elektron- eller hål-ledning föreligger.

Fotoelektrisk ledning. I vanliga fall är det den termiska rörelsen i kristallgittret som lämnar den energi som behövs för att lösgöra elektroner ur de kovalenta bindningarna och så alstra ledningselektroner eller positiva hål som förmedla den elektriska strömmen. Energitillförseln kan emellertid även ske genom strålning. De energikvanta som behövas äro för egenledning, n-ledning och p-ledning respektive E, E_n och E_p och kvantvillkoret kan exempelvis för egenledningen skrivas

$$h\nu \geq E \quad \text{eller} \quad hc\tilde{\nu} \geq E \tag{14}$$

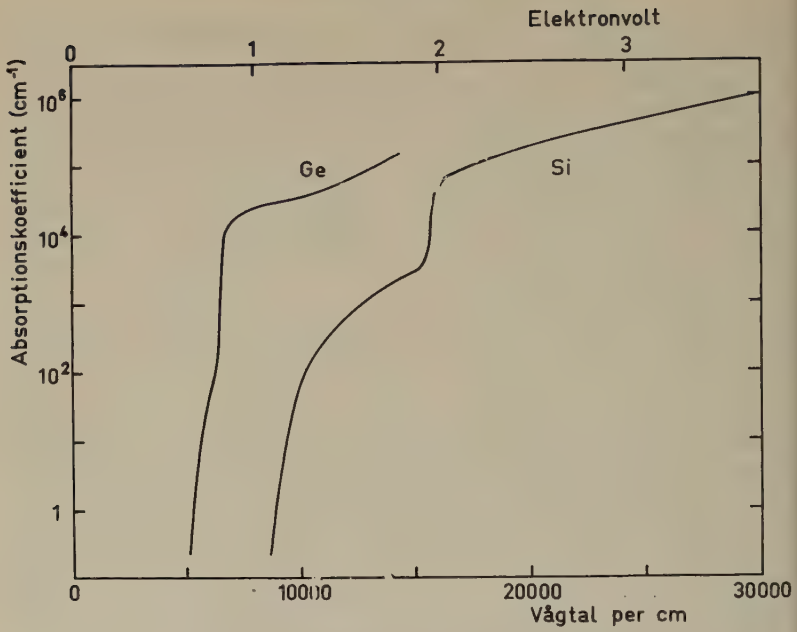


Fig. 8. Logaritmiska absorptionskurvor för germanium och kisel.

där h är Plancks konstant, ν frekvensen, c ljushastigheten och $\tilde{\nu}$ vågtalet. Mätes vågtalet per cm och E i elektronvolt blir villkoret

$$\tilde{\nu} \geq 1240\, E \qquad (15)$$

För Si och Ge är E av storleksordningen en elektronvolt och den undre gränsen för $\tilde{\nu}$ ligger i närheten av gränsen mellan det infraröda och det synliga spektralområdet vid cirka 1300 cm^{-1}. I ren Si eller rent Ge, där vid lägre temperaturer alla valenselektroner ingå i kovalenta bindningar, äro därför de infraröda kvanta för små för att ha någon verkan, och dessa halvledare, som äro ogenomsläppliga för synligt ljus, äro därför diatermana i det infraröda.

Fig. 8 visar i logaritmisk skala absorptionskoefficienterna som funktion av vågtalet $\tilde{\nu}$ och de däremot proportionella energierna i elektronvolt. De här framträdande absorptionsgränserna ge värden på aktiveringsenergin E som väl överensstämma med de värden på E som erhållas ur motståndets temperaturberoende enligt ekvation (9), dvs. ur lutningen av de räta linjerna i fig. 4, och som redan angivits i detta sammanhang.

En varaktig bestrålning, som kontinuerligt alstrar nya ledningselektroner eller positiva hål, ger också materialet en fotoelektrisk

ledningsförmåga. Man talar i detta sammanhang om inre fotoelektrisk effekt till skillnad från strålningens frigörande av elektroner från ytan (yttre fotoelektrisk effekt) eller elektromotoriska krafter alstrade vid bestrålning av gränsytan mellan halvledare och metaller (fotoelektromotorisk effekt).

Andra halvledare än Si och Ge. Bland elementen är, vid sidan av kisel och germanium, selen den tekniskt viktigaste halvledaren. Se har ju sedan länge använts i stor utsträckning i torrlikriktare och fotoelement.

Bland halvledande oxider har Cu_2O haft en liknande användning som Se, och åtskilliga andra enkla eller sammansatta oxider med Ti, Fe, Mn, Cu osv. ha fått användning som termistorer, där man använder sig av motståndets starka minskning med stigande temperatur.

En grupp av halvledare som nu är föremål för undersökningar på många laboratorier är de femtioprocentiga legeringarna, med diamantliknande struktur, mellan ett trevärt och ett femvärt element, såsom AlSb och InSb, eller mellan ett tvåvärt och ett sexvärt, såsom ZnS och CdS. Vid stökiometrisk sammansättning ingå elektronerna i kovalenta bindningar. Ett litet överskott av den ena komponenten eller den andra göra dessa kristaller till n- eller p-ledare. I praktiken tycks det emellertid vara svårare att framställa kristaller med en bestämd ledningsförmåga då denna skall åstadkommas genom en mycket liten koncentrationsskillnad mellan två komponenter än då den bestämmes av små tillsatser till ett rent material.

Halvledarekontakter. Vi ha i den föreliggande korta översikten inskränkt oss till en behandling av halvledarekristallernas elektrofysikaliska egenskaper. En grundlig kännedom om dessa egenskaper är en nödvändig förutsättning för den tekniska användningen av halvledarna, till vilken man för närvarande knyter stora förhoppningar. Enbart i U. S. A. ha just nu ett sextiotal högskole- och industrilaboratorier arbetsgrupper för halvledarforskning. Det rent tekniska intresset är emellertid i första hand knutet till de fenomen som uppstå vid kontakt mellan metaller och halvledare eller mellan halvledare av olika slag, såsom n- och p-ledare. Genom sådana kombinationer kan man erhålla likriktar- och transistorverkan och vidare termoelektriska krafter av en storleksordning, millivolt per grad, som ej kan erhållas genom kombinationer av metaller och legeringar. Dessa tekniskt viktiga kontaktfenomen faller emellertid utom ramen för denna artikel. En redogörelse för upptäckten av transistorverkan har givits i Elementas marshäfte 1957 av professor Rudberg i anslutning till Nobelpriset för år 1956.

Apparater för framställning av svavelväte och klor

Av lektor Harry Hellström, Solna

Varje kemist känner ett visst obehag, då han tänker på svavelväteapparaten, i synnerhet då den skall göras ren. I det följande beskrives en apparat, som författaren använt för framställning av svavelväte, men som torde vara lämplig även för framställning av andra gaser.

Apparaten (fig. 1) är sammansatt av på ett kemiskt laboratorium vanliga glasvaror. En trehalsad Woulfs-flaska A förses med ett kranrör med ligatur (L) och rörspets för gasavloppet. Halsen i mitten förses med stor skiljetratt T, och den tredje halsen förbindes med en tvåhalsad Woulfs-flaska B. I dennas andra hals inpassas en stor skiljetratt S. Slutligen insättes luftätt ett kapillärrör (R) i skiljetratten T.

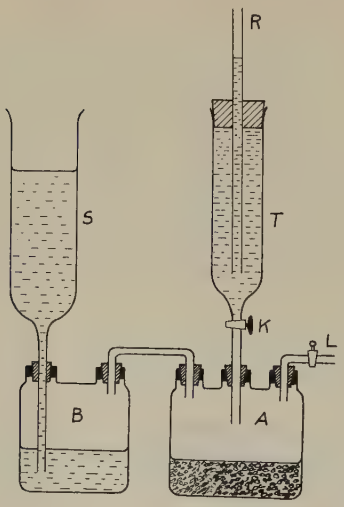


Fig. 1. Svavelväteapparat.

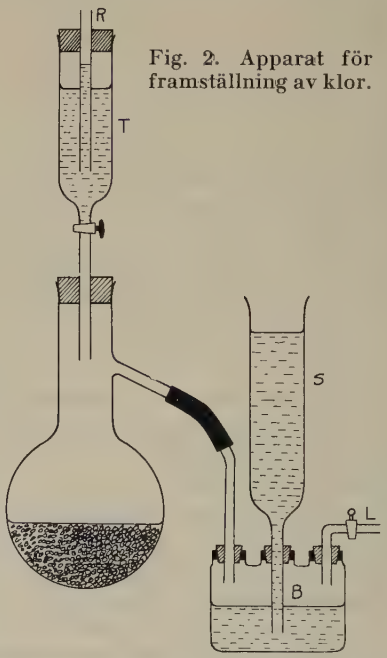


Fig. 2. Apparat för framställning av klor.

Den trehalsade flaskan fylles till ca $^1/_3$ med torr teknisk natriumsulfid, skiljetratten T fylles med 4 normal svavelsyra, och slutligen beskickas den andra flaskan med destillerat vatten till $^1/_3$ av volymen.

Gasutvecklingsapparaten fungerar på följande sätt: Kranen K öppnas, svavelsyran droppar ned i natriumsulfiden, varvid så gott som momentant en viss mängd svavelväte utvecklas. Det ökade gas-

trycket driver spärrvattnet i flaskan B upp i skiljetratten S till dess jämvikt inträder. Tillförseln av svavelsyra upphör därmed automatiskt och träder i funktion först då gas förbrukas. Kapillärröret tjänar till att hålla ett visst övertryck på svavelsyran. (Kranen K hålles givetvis stängd, då apparaten ej användes.) Härigenom hindras gasen att stiga upp genom T, då K öppnas, vilket ju annars är en vanlig företeelse, förorsakad av övertryck, som t. ex. tvättflaskor i gasledningen kan åstadkomma.

Apparaten är luktfri och kan därför placeras ute i laboratoriet och behöver ej stå i dragskåp. Som en ytterligare fördel kan nämnas, att spärrvattnet vid behov kan fyllas på flaska för svavelvätevatten och ersättas med nytt destillerat vatten. Apparaten kan användas även för framställning av andra gaser.

Förf. har gjort en något modifierad apparat för klorgas (fig. 2). Kärlet A har då utbytts mot en fraktionskolv på 1 liter förenad medelst en plastslang med kärlet B. I kolvens mynning har inpassats tratten T med stigröret R. Tratten fylles med 4 M saltsyra och kolven beskickas med fast kaliumpermanganat. Kolven kan vid behov uppvärmas med gaslåga. Klorgas och klorvatten finnes således alltid till hands, och efter användningen ackumulerar anordningen en ytterligare utvecklad klorgas.

Ett fullständighetsproblem vid bestämning av geometriska orter

Av rektor Arne Pleijel, Trollhättan

När man inom den analytiska geometrien skall bestämma ekvationen för en geometrisk ort måste man ofta vid hyfsningen av ortekvationen använda metoder, som kan tänkas tillföra ekvationskurvan punkter, som inte hör till orten. Detta sker t. ex. när den ursprungliga ekvationen multipliceras med ett uttryck, som innehåller variablerna eller när man kvadrerar ekvationens båda led. Man måste då undersöka, om den slutliga ekvationen betyder samma kurva som den ursprungliga och detta kan ske antingen genom en efterföljande diskussion eller under hyfsningens gång. Det senare torde nog vara det mest praktiska och torde kunna gå till på följande sätt:

Man konstaterar först (om icke detta genomgåtts tidigare) att, om ekvationen $f(x, y)=0$ kan skrivas på formen $f_1(x, y) \cdot f_2(x, y)=0$, så innehåller den först angivna ekvationens kurva de och endast de punkter, för vilka antingen $f_1(x, y)=0$ eller $f_2(x, y)=0$.

Därefter konstaterar man vid varje multiplikation av ortekvationen, att den tillkomna faktorn icke motsvaras av någon reell kurva och alltså den nya ekvationens kurva är identisk med den ursprungligas. En kvadrering av ekvationens båda led utföres då helst som en multiplikation med konjugatkvantiteten, sedan alla ekvationens från noll skilda termer överflyttats till samma led av ekvationen. Som exempel visar jag, hur detta kan gå till vid hyfsning av ellipsens ekvation.

Med de i läroböckerna vanliga beteckningarna får jag

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}+\sqrt{(x-c)^2+y^2}-2a=0$$

Detta är ortekvationen. Jag bildar sedan produkten

$$\left(\sqrt{(x+c)^2+y^2}+\sqrt{(x-c)^2+y^2}-2a\right)\cdot\left(\sqrt{(x+c)^2+y^2}-\sqrt{(x-c)^2+y^2}+2a\right)=0$$

Den tillkomna faktorn kan tydligen skrivas på formen

$$\frac{4cx}{\sqrt{(x+c)^2+y^2}+\sqrt{(x-c)^2+y^2}}+2a$$

Detta uttryck är för positiva x alltid positivt och för negativa[1] x större än $2a-2c$, som också är positivt. Detta visar, att ekvationen

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}-\sqrt{(x-c)^2+y^2}+2a=0$$

saknar reella rötter och alltså icke kan tillföra ortkurvan några falska punkter. Efter utförande av multiplikationen får jag alltså ortkurvans ekvation på formen

$$a\sqrt{(x-c)^2+y^2}-a^2+cx=0$$

Jag bildar sedan produkten

$$\left(a\sqrt{(x-c)^2+y^2}-a^2+cx\right)\cdot\left(a\sqrt{(x-c)^2+y^2}+a^2-cx\right)=0$$

Den tillkomna faktorn är för $x\leq c$ säkert positiv och för $x>c$ säkert större än $a(x-c)+a^2-cx=(a+x)(a-c)$, som säkert är posiitv. Ekvationen

$$a\sqrt{(x-c)^2+y^2}+a^2-cx=0$$

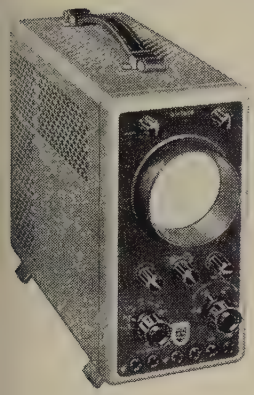
har således inga reella rötter och jag kan än en gång konstatera, att ortkurvan icke har tillförts några falska punkter. Den återstående hyfsningen är trivial och ger den vanliga formen

$$b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$$

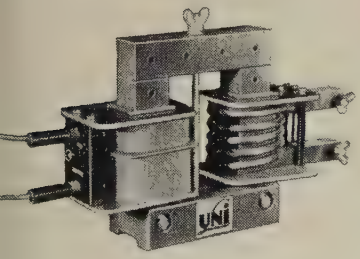
[1] Då nämnaren är $\geq |x+c|+|x-c|\geq|x+c+x-c|=2|x|$.

PHILIPS-
INSTRUMENTEN

gör undervisningen lättare för lärarna och intressantare för eleverna.

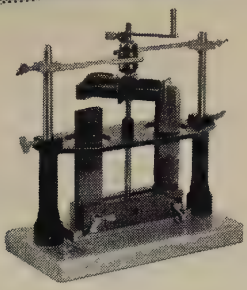


Katodstråleoscilloskopet GM 5650

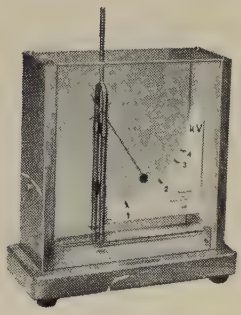


Experimenttransformatorn P5/3

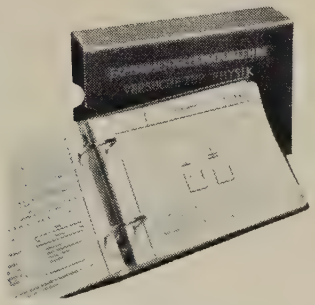
Ovanstående är bara några exempel på den sortering av instrument och litteratur som Philips tillhandahåller speciellt för fysikundervisning. Vi sänder Er gärna specialprospekt på dessa samt vår stora huvudkatalog över mättekniska utrustningar.



Motorgeneratormodellen P5/4



Statisk Voltmeter P5/6



Experimentelle Naturlehre — Versuche zur Physik

PHILIPS

PHILIPS

Svenska Aktiebolaget Philips
Mätinstrumentavdelningen
Postbox 6077 • Stockholm 6.
Tel. 340580. Rikssamtal 340680

Planscher i flerfärgstryck för undervisningen

i

ATOMFYSIK

Periodic Chart of the Atoms

edited by *H. D. Hubbard* Revised edition, 150 × 100 cm kr 70:— inkl. instruktionsbok.

Chart of the Isotopes

compiled and edited by *John R. Bradford* 150 × 120 cm kr 80:— inkl. instruktionsbok.

Beställas genom

LINDSTÅHLS

AB Henrik Lindståhls Bokhandel · Odengatan 22 · Stockholm Va

Telefon växel 23 44 25

Om udda stambråk

Av fil. dr Josef Andersson, Vaxholm

I det följande beteckna alla bokstäver hela positiva tal och n antages överstiga 1. Vidare äro N, N_1, ... *udda* tal >1 (undantagsvis även 1). Stambråk kallas varje $1/n$ och med udda stambråk förstås ett $1/N$. Det är väl bekant att de gamla egyptierna uppfattade varje egentligt bråk t/n som en summa av stambråk med undantag endast för $\frac{2}{3}$, som hade ett eget tecken. Mycket har skrivits om hur en sådan partition verkställes (t. ex. i Elementa *34* (1951), s. 95 och s. 222 av J. Hagström, A. Wahlgren, resp. B. Lindwall). Under 50-talet har man börjat intressera sig särskilt för udda stambråk. Enligt den gamla satsen: »Numero deus impari gaudet» finner ju även en gud fröjd i udda tal!

Här skall efter en uppsats av A. Schinzel i Mathesis, 1956, p. 219, refereras några hithörande ting. Frågan om möjligheten av en likhet

$$\frac{t}{N}=\sum_{1}^{\nu}\frac{1}{N_r} \tag{1}$$

där $\nu>1$ är ändligt, $t<N$,[1] alla N_r distinkta, ställdes av E. P. Starke i American Mathem. Monthly, 1952, p. 640, och besvarades jakande först av R. Breusch, l. c. 1954, p. 200. Existensbevisen ge ingen upplysning om antalet erforderliga termer i summan (1), särskilt icke om minsta möjliga antalet. Denna sida av saken har uppmärksammats av W. Sierpiński, som utrett fallen $t=1$, 2 och speciella fall för större t-värden. Beträffande dessa resultat nöjer sig Schinzel med att hänvisa till en volym talteori på polska av Sierpińsky »färdig att gå i press» men som förf. ej känner till. Själv har Schinzel slutfört $3/N$, $N>3$, och $4/N$, $N>3$.

Inledningsvis må framhållas det självklara i att t i (1) och termantalet ν i högra ledet ha samma paritet. Såsom nedan visas kan man genom upprepad partition av en term öka deras totala antal med två åt gången hur ofta som helst.

[1] Ibland kan det vara lämpligt att tillåta $N_r=1$ eller $t\geqq N$ såsom i $8/7=1/7+1/1$, men härav göres icke bruk i fortsättningen. Det är bevisat att *alla* pos. rationella tal m/n, $n=1, 3, 5, \ldots$ kunna uppdelas i ett ändligt antal distinkta udda stambråk.

I. Bråk av formen $2/N$.

Tre möjligheter föreligga: a) $N \equiv 1\ (4)$, b) $N = N_1 \cdot N_2$, varvid $N_1 \equiv 1\ (4)$, $N_2 \equiv 3\ (4)$, c) $N \equiv 3\ (4)$ är ett primtal. Annars skulle N höra under b).

a) Direkt fås

$$\frac{2}{N} = \frac{1}{N \cdot \frac{N+1}{2}} + \frac{1}{\frac{N+1}{2}} \qquad (I_1)$$

Härav följer

b) $$\frac{2}{N} = \frac{1}{N_2}\left(\frac{1}{N_1 \cdot \frac{N_1+1}{2}} + \frac{1}{\frac{N_1+1}{2}}\right) = \frac{1}{N \cdot \frac{N_1+1}{2}} + \frac{1}{N_2 \cdot \frac{N_1+1}{2}} \qquad (I_2)$$

och

c) $$\frac{2}{N} = \frac{6}{3N} = \frac{4}{3N} + \frac{2}{3N} = \frac{1}{3N} + \frac{1}{N} + \frac{1}{3N \cdot \frac{3N+1}{2}} + \frac{1}{\frac{3N+1}{2}} \qquad (I_3)$$

Exempel: $\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{1}{45}$, $\frac{2}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{11} + \frac{1}{21} + \frac{1}{3 \cdot 7 \cdot 11}$.

Det skall och kan med lätthet verifieras att partialbråken i varje summa äro distinkta, udda stambråk. Då i c) ansatserna $2/N = 1/Nk + 1/l$ och $2/N = 1/Nk + 1/Nl$ ej leda till något, kan man sammanfattningsvis påstå att *bråket $2/N$ kan skrivas som summan av två olika udda stambråk, såvida ej N är ett primtal $\equiv 3\ (4)$, då det kräves fyra sådana bråk.*

II. Bråk av formen $1/N$.

Två fall att diskutera: a) $N \equiv 1\ (4)$, b) $N \equiv 3\ (4)$.

a) Enligt (I_2) är

$$\frac{1}{N} = \frac{3}{3N} = \frac{1}{3N} + \frac{2}{3N} = \frac{1}{3N} + \frac{1}{3N \cdot \frac{N+1}{2}} + \frac{1}{3 \cdot \frac{N+1}{2}} \qquad (II_1)$$

Exempel: $\frac{1}{5} = \frac{1}{9} + \frac{1}{15} + \frac{1}{45}$.

b) Enligt (I_1) är

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{3N} + \frac{1}{3N \cdot \frac{3N+1}{2}} + \frac{1}{\frac{3N+1}{2}} \qquad (II_2)$$

Exempel: $\frac{1}{3} = \frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{1}{45}$.

Även här äro partialbråken i varje summa distinkta $1/N$, så att *varje udda stambråk kan uppdelas i tre olika sådana.* Då alla näm-

nare i högra leden i II nödvändigt överstiga N, kan man tydligen ersätta det minsta partialbråket med tre mindre i varje partition $\Sigma 1/N_r$ såsom redan förutskickats.

III. Bråk av formen $3/N$, $N>3$.

Här är $v_{\min}=3$ dvs. *varje bråk av angiven form är en summa av tre udda stambråk.* Man kan genomföra diskussionen såsom i I dock med en uppdelning av c). Alltså: a) $N\equiv 1\,(4)$, b) $N=N_1\cdot N_2$ med $N_1\equiv 1\,(4)$, $N_2\equiv 3\,(4)$, c) $N\equiv 7\,(12)$ primtal, d) $N\equiv -1\,(12)$ primtal.

a) Enl. (I_1) är

$$\frac{3}{N}=\frac{2}{N}+\frac{1}{N}=\frac{1}{N\cdot\frac{N+1}{2}}+\frac{1}{\frac{N+1}{2}}+\frac{1}{N} \qquad (III_1)$$

b) Enl. (I_2) är

$$\frac{3}{N}=\frac{1}{N\cdot\frac{N_1+1}{2}}+\frac{1}{N_2\cdot\frac{N_1+1}{2}}+\frac{1}{N} \qquad (III_2)$$

Exempel: $\frac{3}{13}=\frac{1}{7\cdot 13}+\frac{1}{7}+\frac{1}{13}$; $\frac{3}{35}=\frac{1}{35\cdot 3}+\frac{1}{7\cdot 3}+\frac{1}{35}$.

I fortsättningen nås målet endast undantagsvis så enkelt. Så är t. ex.

$$\frac{3}{71}=\frac{9}{3\cdot 71}=\frac{8}{3\cdot 71}+\frac{1}{3\cdot 71}=\frac{1}{3\cdot 71\cdot\frac{71+1}{8}}+\frac{1}{3\cdot\frac{71+1}{8}}+\frac{1}{3\cdot 71}=\frac{1}{27\cdot 71}+\frac{1}{27}+\frac{1}{3\cdot 71} \qquad (2)$$

c) Schinzel begagnar en identitet av Sierpiński, som är specialfallet $n=3$ av

$$\frac{n}{nx+1}=\sum_{0}^{n-1}\frac{1}{(rx+1)[(r+1)x+1]} \qquad (3)$$

vars riktighet omedelbart konstateras med induktionsbevis. Man får för $x=(N-1)/3$, som är ett jämnt tal,

$$\frac{3}{N}=\frac{1}{\frac{N+2}{3}}+\frac{1}{\frac{N+2}{3}\cdot\frac{2N+1}{3}}+\frac{1}{\frac{2N+1}{3}\cdot N} \qquad (III_3)$$

Exempel: $\frac{3}{7}=\frac{1}{3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}$.

Formeln gäller för *alla* $N\equiv 1\,(6)$ och ger t. ex.

$$\frac{3}{13}=\frac{1}{5}+\frac{1}{5\cdot 9}+\frac{1}{9\cdot 13}$$

en helt annan uppdelning än ovanstående. Om någon *entydig* partition är icke tal.

d) Schinzel skriver för $N=12k-1$

$$N+1=3^s \cdot l, \text{ där } l\equiv\pm 1\,(3),\ s\geqq 1,\ l\geqq 4$$

För $l\equiv -1\,(3)$ är tydligen

$$t_1=3^s+N+1\equiv 0\,(3^{s+1}) \text{ samt } t_1 : 3^{s+1}=N_1>1$$

och för $l\equiv 1\,(3)$ är

$$t_2=N\cdot 3^s+N+1\equiv 0\,(3^{s+1}) \text{ samt } t_2 : 3^{s+1}=N_2>1$$

så att

$$\frac{3}{N}=\frac{t_1}{N_1 N\cdot 3^s}=\frac{1}{N_1 N}+\frac{1}{N_1\cdot 3^s}+\frac{1}{N_1 N\cdot 3^s} \qquad (\mathrm{III}_4)$$

och

$$\frac{3}{N}=\frac{t_2}{N_2 N\cdot 3^s}=\frac{1}{N_2}+\frac{1}{N_2\cdot 3^s}+\frac{1}{N_2 N\cdot 3^s} \qquad (\mathrm{III}_5)$$

Då $1<3^s<N$, äro de udda stambråken distinkta och satsen bevisad. Dessa sista formler gälla för *alla* $N\equiv -1\,(6)$ med liknande bevis (N_1 även 1, se nedan). Sålunda fås för $N=35=12\cdot 3-1$, $s=2$, $l=4$, $N_2=13$ den nya partitionen

$$\frac{3}{35}=\frac{1}{13}+\frac{1}{9\cdot 13}+\frac{1}{9\cdot 13\cdot 35}$$

Även för *primtalet* $N=167$ ge (2) och (III_4) olika resultat:

$$\frac{3}{167}=\frac{1}{3\cdot 21\cdot 167}+\frac{1}{3\cdot 21}+\frac{1}{3\cdot 167}=\frac{1}{3\cdot 19\cdot 167}+\frac{1}{19\cdot 167}+\frac{1}{3\cdot 19}$$

IV. Bråk av formen $4/N$, $N>3$.

a) *Om* $N\equiv 3\,(8)$ *eller* $N=N_1N_2$ *med* $N_1\equiv 3\,(8)$, *räcker det med* $\nu=2$ såsom framgår av partitionen

$$\frac{4}{N}=\frac{1}{N\cdot\frac{N+1}{4}}+\frac{1}{\frac{N+1}{4}};\quad \frac{4}{N}=\frac{1}{N\cdot\frac{N_1+1}{4}}+\frac{1}{N_2\cdot\frac{N_1+1}{4}} \qquad (\mathrm{IV}_{1,2})$$

Det är även nödvändigt för $\nu=2$ att N eller en dess faktor $\equiv 3\,(8)$. Ty vore detta icke fallet, men ändå

$\frac{4}{N}=\frac{1}{N_1N_3}+\frac{1}{N_2N_3}$, där $(N_1, N_2)=1$ och N_1 eller N_2 även kunna beteckna 1, skulle bråket $(N_1+N_2)/N_1N_2N_3$ kunna genom förkortning bringas till formen $4/N$, varvid faktorn N_1N_2 med nödvändighet kvarstår i N. Nödvändigt villkor är att $(N_1+N_2)/4$ är ett helt *udda* tal. De två ansatserna:

1) $N_1\equiv 1\,(8)$, $N_2\equiv 7\,(8)$ eller tvärtom och 2) $N_1\equiv 5\,(8)$, $N_2\equiv 7\,(8)$ eller tvärtom äro lika omöjliga: 1) emedan kvoten $(N_1+N_2):4$ då skulle vara jämn 2) emedan $N_1N_2\equiv 3\,(8)$ i strid med förutsättningen.

b) Beträffande $\frac{4}{5}$ har Sierpiński bevisat att $\nu_{\min}=6$ och funnit partitionen

$$\frac{4}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{15}+\frac{1}{21}+\frac{1}{105}$$

c) *I övriga fall är* $\nu_{\min}=4$.

Om $N\equiv 1\,(8)$ följer ur identiteten (3) för $n=4$

$$\frac{4}{N}=\frac{1}{\frac{N+3}{4}}+\frac{1}{\frac{N+3}{4}\cdot\frac{N+1}{2}}+\frac{1}{\frac{N+1}{2}\cdot\frac{3N+1}{4}}+\frac{1}{\frac{3N+1}{4}\cdot N} \qquad (IV_3)$$

För $N\equiv 1\,(6)$ fås enligt (III_3)

$$\frac{4}{N}=\frac{3}{N}+\frac{1}{N}=\frac{1}{\frac{N+2}{3}}+\frac{1}{\frac{N+2}{3}\cdot\frac{2N+1}{3}}+\frac{1}{\frac{2N+1}{3}\cdot N}+\frac{1}{N} \qquad (IV_4)$$

emedan de tre första partialbråkens nämnare äro $\neq N$.

En annan användning av $4=3+1$ ger den ur (II_2) härflytande likheten

$$\frac{4}{3}=\frac{1}{1}+\frac{1}{5}+\frac{1}{9}+\frac{1}{45}$$

som efter multiplikation med $1/N_1$ visar, att *det finnes en partition med* $\nu=4$ *av varje* $4/N$, *där* N *är divisibelt med* 3. (IV_5)

Fallet $N\equiv 1\,(6)$ är redan behandlat. Det återstår alltså fallet $N\equiv -1\,(6)$. Här skrives som i III d)

$$N+1=3^s\cdot l, \text{ där } l\equiv\pm 1\,(3),\ s\geqq 1, \text{ men } l\geqq 2 \text{ endast.}$$

Om först $l\equiv 1\,(3)$, är

$$N_2=\frac{N\cdot 3^s+N+1}{3^{s+1}}>1$$

och ingen av partialbråkens nämnare i (III_5) är N. Man får alltså en partition av $4/N$ med $\nu=4$ genom tillägg av $1/N$ i denna formel. (IV_6)

Om slutligen $l\equiv -1\,(3)$, har man som i III d)

$$N_1=\frac{3^s+3^s l}{3^{s+1}}=\frac{1+l}{3}$$

För $l>2$ är $N_1>1$ och ingen partialbråksnämnare i (III_4) är N, så att tillägg av $1/N$ även här ger en partition av $4/N$ med $\nu=4$. (IV_7)

Om däremot $l=2$, $N=2\cdot 3^s-1$, går ej detta och nya utvägar måste sökas.

1) s jämnt, $N\equiv 1\,(8)$. Redan löst med $\nu=4$ i (IV_3).

2) s udda, $N\equiv 5\,(16)$. Då är

$$\frac{4}{N}=\frac{12}{3N}=\frac{8}{3N}+\frac{4}{3N}=\frac{1}{3\cdot\frac{N+3}{8}}+\frac{1}{N\cdot\frac{N+3}{8}}+\frac{1}{3N}+\frac{1}{N} \qquad (IV_8)$$

och man får även här $\nu=4$, ty det kan bortses från $N=21$, $N=5$, som sortera under a) resp. b), och då visar en mönstring att partialbråken äro distinkta.

Med elementär metod ha vissa ganska generella resultat alltså vunnits inom detta område. Härtill bidrar att »talteoriens intrigör», primtalet 2, hålles kort genom inskränkningen till *udda* stambråk.

Å andra sidan underlättas uppdelningen genom införandet av jämna stambråk $1/N'$, $N'=2,4,\ldots$ Så kan varje udda stambråk skrivas som summan av två distinkta jämna (jfr The Amer. Math. Monthly, Vol. 63, 1956, p. 665). I ekvationen $1/N=1/N_1'+1/N_2'$ sättes $N_1'=N+u$, $N_2'=N+v$, varav $uv=N^2$. Varje divisor d till N^2 (inkl. 1 och N) ger en lösning $N_1'=N+d$, $N_2'=N+N^2/d$. Borträknas $N_1'=N_2'=2N$ och lämnas partialbråkens ordningsföljd utan avseende, blir det $\frac{1}{2}\,[D(N^2)-1]$ lösningar med jämna nämnare, varvid $D(N^2)$ betyder antalet divisorer till N^2. Behåller man här endast nämnare av formen $4k+2$, kan man ange antalet lösningar till I a) och I b). För dessa nämnare fordras $d\equiv N$ (4). Antag $N=A\cdot B=\Pi p_i^{\alpha_i}\cdot\Pi q_j^{\beta_j}$, där p_i och q_j har formen $4k+1$ resp. $4k+3$. Man vet då, att $D(A^2)=\Pi(2\alpha_i+1)$, $D(B^2)=\Pi(2\beta_j+1)$, $D(N^2)=D(A^2)\cdot D(B^2)$. En divisor till B^2 får formen $4k+1$ eller $4k+3$, om den har ett jämnt resp. udda antal primfaktorer. Antalet dylika divisorer visas lätt vara $\frac{1}{2}\,[D(B^2)+1]$ resp. $\frac{1}{2}\,[D(B^2)-1]$. För I a) $N\equiv 1$ (4), $\because d\equiv 1$ (4), erhålles således $\frac{1}{2}\,[D(A^2)\cdot\frac{1}{2}\{D(B^2)+1\}-1]=\frac{1}{4}[D(N^2)+D(A^2)-2]$ lösningar, om $d=N$ ej medräknas. För I b) $N\equiv 3$ (4) blir antalet $\frac{1}{4}[D(N^2)-D(A^2)-2]$. För $N=$ ett primtal $q\equiv 3$ (4) blir antalet $\frac{1}{4}(3-1-2)=0$, såsom I c) kräver.

Approximativa formler för vinklar

Av lektor Tore Öberg, Norrköping

I Elementa 33 (1950), 105 anger S. Nydell en approximativ formel

$$x = Q \sin x, \text{ där } Q = \frac{3}{2+\cos x} \tag{1}$$

som för vinklar mellan 0 och $\frac{1}{4}\pi$ gäller med ett maximifel, som är något större än 2 ‰. För större värden på x växer felet snabbt. För $x = \frac{1}{2}\pi$ erhålles $\pi = 3$.

En hel mängd liknande formler kunna härledas, om man på lämpligt sätt kombinerar serieutvecklingarna för $\cos x$, $x \sin x$, $x \cot x$ och $x/\sin x$. I det följande skall några sådana formler angivas jämte något om deras praktiska användning. Som villkor har satts, att Q skall vara en bruten rationell funktion av $\cos x$, där täljarens gradtal är ett och nämnarens två. Formlerna ge liksom (1) vinkeln i radianer, men felet har i regel utsatts i grader.

I. $$x = Q \sin x, \text{ där } Q = \frac{11+4\cos x}{7+7\cos x+\cos^2 x} \tag{2}$$

Felfunktionen $\triangle = Q \sin x - x$ har till derivata

$$\triangle' = \frac{\cos x (1-\cos x)^3}{(7+7\cos x+\cos^2 x)^2}$$

$\triangle$, som är $= 0$ för $x = 0$, växer därför monotont mellan $x = 0$ och $x = \frac{1}{2}\pi$, har för $x = \frac{1}{2}\pi$ max. och blir $= 0$ för $x = 1{,}78$. Maximifelet (vid $\frac{1}{2}\pi$) är $0{,}03°$. För $x < \frac{1}{3}\pi$ är felet $< 0{,}01°$.

II. $$x = Q \sin x, \text{ där } Q = \frac{267+96\cos x}{170+169\cos x+24\cos^2 x} \tag{3}$$

$\triangle$ har ett minimum $= -0{,}0002°$ och ett maximum $= +0{,}003°$ vid ca $43{,}5°$ resp. $76{,}5°$ och blir $= -0{,}012°$ vid $90°$.

III. $$x = Q \sin x, \text{ där } Q = \frac{11+7\cos x}{(1+\cos x)(7+2\cos x)} \tag{4}$$

Maximifelet utgör $0{,}075°$ och ligger för vinklar mellan 0 och $\frac{1}{2}\pi$ vid $x = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{0{,}6}$ dvs. vid $75{,}52°$. Formeln (4) ger alltså större fel än (2) och (3), men mindre än (1) trots dubbelt så stort giltighetsområde. Den har medtagits bl. a. därför att man genom att införa $2x$ i st. f. x

och sedan tillämpa formlerna för dubbla vinkeln får följande på den rätvinkliga triangeln praktiskt användbara formel (se nedan).

$$x=\operatorname{tg} x\cdot\frac{9+2\operatorname{tg}^2 x}{9+5\operatorname{tg}^2 x} \tag{5}$$

som gäller mellan 0 och $\frac{1}{4}\pi$ med ett maximifel $<0{,}04°$ (vid arctg $\sqrt{0{,}06}=37{,}76°$).

Nu något om användningen.

a) I utsäger direkt: Förhållandet F mellan en korda och tillhörande cirkelbåge (den kortare) är med mindre fel än $\frac{1}{8}$ ‰

$$F=\frac{7+7\cos x+\cos^2 x}{11+4\cos x}$$

där x är halva medelpunktsvinkeln.

b) För en vid C rätvinklig triangel ABC med sidorna a, b, c gäller

enl. (2) $$A=\frac{a(11c+4b)}{7c^2+7bc+b^2} \qquad 0<A<\tfrac{1}{2}\pi \tag{6}$$

med maximifel $0{,}03°$ vid $x=\frac{1}{2}\pi$

enl. (3) $$A=\frac{a(267c+96b)}{170c^2+169bc+24b^2} \qquad 0<A<\tfrac{1}{2}\pi \tag{7}$$

med maximifel $0{,}012°$ vid $90°$ men endast $0{,}003°$ för vinklar $<86°$.

enl. (4) $$A=\frac{a(11c+7b)}{(b+c)(7c+2b)} \qquad 0<A<\tfrac{1}{2}\pi \tag{8}$$

med maximifel $0{,}075°$ vid $x=2\operatorname{arctg}\sqrt{0{,}6}$

enl. (5) $$A=\frac{a}{b}\cdot\frac{9b^2+2a^2}{9b^2+5a^2} \qquad 0<A<\tfrac{1}{4}\pi \tag{9}$$

med maximifel $0{,}04°$ vid $x=\operatorname{arctg}\sqrt{0{,}6}$

Formeln (9) innebär, att man kan beräkna vinklarna utan trigonometrisk tabell och utan rotutdragning, då kateterna äro kända, vilket ej är möjligt med (1), som ger $A=\dfrac{3a}{b+2c}$.

c) Om A är en spetsig vinkel i en snedvinklig triangel ABC med sidorna a, b, c och halva omkretsen p, så är enl. (5)

$$A=2\cdot\frac{9p(p-a)+2(p-b)(p-c)}{9p(p-a)+5(p-b)(p-c)}\cdot\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}.$$

Ekvivalentvikt för mangan och krom

Av lektor G. Starck, Stockholm

I Moll-Starcks lärobok i kemi för realskolan 1, 10:e uppl., ingår beskrivningen av försök att bestämma några metallers ekvivalentvikter som inledning till läran om atomvikter och atomer. Det sker genom att jämföra vikten av en metall med vikten av ett svagare reduktionsmedel i spänningskedjan som metallen fäller ut, vanligen väte men också koppar eller silver. På det sättet bestämmes ekvivalentvikterna för magnesium, aluminium, zink, järn och koppar. Till dem har senare fogats natrium (Elementa *31*, 102, 1948). Det är i någon mån beklagligt att dessa vackra och instruktiva försök ansetts böra utgå — det nya som pockar på att upptas i kurserna för med sig att allt mer måste postuleras i stället för att härledas eller experimentellt bekräftas.

Kanske det ändock kunde finnas tid att i gymnasiet bestämma ekvivalentvikterna för de båda metaller som ingår i rubriken. De är båda mycket oädla med höga värden på elektrodpotentialer och lätt och snabbt lösliga i salt- eller svavelsyra.

Mangan

Elektrodpotentialen för reaktionen $Mn \rightarrow Mn^{2+} + 2e^-$ är $+1{,}18$ volt och samma storhet för reaktionen $Mn^{+2} \rightarrow Mn^{3+} + e^-$ är $-1{,}511$ volt. Manganojonen är således betydligt ädlare än väte, och man behöver inte befara att den oxideras i sur lösning. M. a. o. ekvivalentvikten för mangan vid upplösning i en syra är halva atomvikten = 27,46.

Apparaten är en 100 ml sätt- eller erlenmeyerkolv med vid hals och en dubbelt genomborrad kautschukpropp. Genom den ena borrningen är fört ett till botten nående glasrör, nedtill något förträngt, ovanför proppen cylindriskt utvidgat. Den andra borrningen är avsedd för ett gasavledningsrör, vars mynning inuti kolven sammanfaller med proppens undre yta. Vidare behövs ett mätrör för gaser som rymmer 200 ml.

Tillvägagångssättet är det i läroboken beskrivna. Kolven beskickas med ca 0,35 g mangan, varpå man via trattröret driver ut luften fullständigt med kokhett vatten. Nu tillsättes 10 ml konc. saltsyra portionsvis, och den utvecklade vätgasen upptas i mätröret. Sedan vätgasutvecklingen upphört, drives den i kolven kvarvarande gasen med vatten över i mätröret. Vätgasens vikt beräknas.

Tre försök gav värdena 26,2, 25,8, 26,1, medeltal 26,0, dvs. 1,5 enheter för lågt. Preparatet, från Kebo, var betecknat »Mangan» utan annan angivelse, och någon analys har inte utförts. Utan analys är det inte lönt att söka förklara det för låga värdet; sannolikt är orsaken försöksfel. En järnhalt borde höja ekvivalentvikten, om järnet löses upp. På ett elementärt stadium bör resultatet anses tillfredsställande.

Krom

Här ligger de elektromotoriska förhållandena helt annorlunda till, som framgår av följande elektrodpotentialvärden:

$Cr \rightarrow Cr^{2+} + 2e^-$ .....+0,557 volt
$Cr^{2+} \rightarrow Cr^{3+} + e^-$ .....+0,412 »

} Enl. G. Grube och G. Breitinger, Z. ElChem. *33*, 112; 1927

Beträffande reaktionen $Cr \rightarrow Cr^{3+} + 3e^-$ är uppgifterna skiljaktiga och oförenliga. Grube och Breitinger beräknar enligt en av Luther given regel denna potential $E_0 = (2 \cdot 0{,}557 + 0{,}412)/3 = +0{,}509$ volt. Dvs. elektrodpotentialen för det högre oxidationsstadiet ligger emellan de båda övriga. I motsats därtill finner Jellinek och Gordon (Z. Phys. Chem. *112*, 267; 1924) genom direkta mätningar på en ganska säkert fullständigt aktiverad elektrod värdet + 0,29 volt, ett värde som de inte lyckats höja. I samband härmed må framhållas att långt tidigare Hittorf kategoriskt förnekat möjligheten att mäta kromens elektrodpotentialer på grund av metallens utpräglade passivitet. Emellertid spelar denna diskrepans för vårt ändamål inte någon större roll. Jag tror att krommetallens upplösning i syror, sedan metallens passivitet blivit upphävd, försiggår på två reaktionsvägar:

$$Cr + 2H^+ \rightarrow Cr^{2+} + H_2 \quad (1)$$

$$Cr^{2+} + H^+ \rightarrow Cr^{3+} + \tfrac{1}{2}H_2 \quad (2)$$

av vilka den senare går relativt långsamt. Det synes alldeles tydligt, att kromens upplösning i en syra ger gasutvecklingar av två skilda slag, dels en stormande gasutveckling direkt från metallen i stora gasbubblor, dels en nästan dimliknande bildning av en massa ytterst små gasblåsor överallt i vätskans inre. Och denna senare gasutveckling fortsätter, sedan metallen har blivit upplöst eller lösningen avhälld från metallen. Den försiggår från vätskans alla delar samtidigt med att lösningens färg ändras från svagt blå till rent grön. Om vätgasen i och för en ekvivalentviktsbestämning tas upp i ett mätrör, kan man mycket tydligt se, när den första snabba gasutvecklingen enligt formel (1) upphör och den långsammare enligt formel (2) blir ensamt rådande. Denna senare gasbildning är så långsam, att det blir svårt eller ogörligt att vid ett lektions- eller laborationsförsök avvakta dess upphörande, eftersom den kan fortsätta några timmar framåt. Man

nödgas avbryta försöket, och följden blir att det värde man erhåller för kromens ekvivalentvikt kommer att ligga mellan 52/2=26 och 52/3=17,3. Bestämningar utförda på samma sätt som för mangan har givit ganska växlande värden, som ligger mellan 21 och 24.

Reaktionen $Cr^{2+} + H^+ \rightarrow Cr^{3+} + \frac{1}{2}H_2$

Systemet är homogent och reaktionshastigheten beror på komponenternas koncentrationer och växer med dem. Om reaktionsordningen kan man inte uttala sig. Det bör verkligen vara av intresse att åtminstone iakttaga en jonreaktion i ett homogent system, som leder till en vätgasutveckling. Något sådant ligger helt utanför gymnasieelevernas erfarenhet och bör kunna vidga deras syn på och förståelse av tabellen över elektrodpotentialer, som traditionellt för dem endast innehåller metaller. De försök man kan göra lämpar sig bäst för individuellt utförande, dvs. som laborationsförsök. Det man iakttar är nämligen en mer eller mindre tät dimma av fina gasblåsor som måste betraktas med hjälp av lupp för att bli tydlig.

Laborationsförsök. En liten kolv beskickas med ca 0,75 g krompulver (t. ex. Kebos »Krom, pulvriserad, 98—99 %») och 50 ml 0,5 M HCl. En lindrig och kortvarig uppvärmning aktiverar metallen och ger en livlig gasutveckling. Den bör pågå tills större delen av metallen har löst sig och lösningen fått en lämplig färgstyrka. Man kan då och då hälla av ett litet prov i ett provrör för att kontrollera reaktionens fortgång. Lösningen får inte vara för utspädd, då blir den gasutveckling man skall iaktta för svag. Den får inte heller bli ogenomskinlig. Vid rätt tidpunkt hälles nu lösningen genom en tratt med glasull ned i tre provrör. Eftersom lösningen innehåller Cr^{2+} och fortfarande är sur, ser man i de tre rören den typiska vätgasutvecklingen i fina blåsor som bildas överallt i vätskan och från rörens väggar. Det första provröret försättes nu med ca 5 ml konc. HCl, vilket medför en förstärkt gasutveckling och en snabbare färgförändring, från blågrön till grön. I det andra röret tillsätter man medelst droppipett en acetatbuffert (3 M ammoniumacetat+1 M ättiksyra, pH ca 5,4), ej så mycket att färgen blir brunröd utan bibehåller sig blågrön. I detta provrör upphör gasutvecklingen mer eller mindre fullständigt på grund av syrans avtrubbning. I rören nr 1 och 3 kan gasutveckling iakttas ännu efter ett par timmar, röret nr 2 bibehåller sin färg ännu längre.

Ett annat sätt är att använda den apparat för laborationsförsök med Tyndalleffekten, som beskrivits i Elementa *38*, 87, 1955 och som är sammansatt av en ficklampa, en lins och en kuvett. Kuvetten fylles till hälften med vatten, varpå man genom glasull filtrerar ned en

lämplig mängd av kromlösningen. Man erhåller en praktfull ljuskon vari man med lupp ser gasbubblorna.

Lektionsförsök. Som nämnt lämpar sig försöket bättre för individuellt utförande än för demonstration; dock kan givetvis den nyss nämnda kvasi-Tyndalleffekten visas för ett auditorium. Emellertid har dessutom en apparat enligt fig. 1 konstruerats, som är avsedd för självstudium men också kan användas för demonstration.

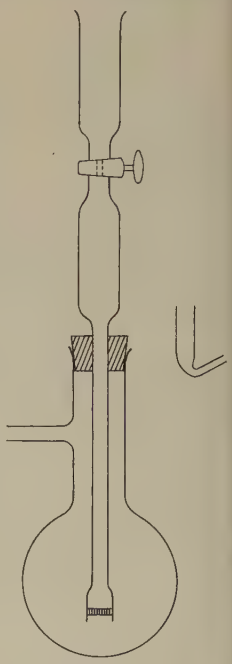


Fig. 1.

Apparaten består av en fraktionskolv, rymd 100 ml, och ett i en kautschukpropp insatt rör enligt bilden. Längst ner innehåller röret ett 10 mm glasfilter, porositet nr 1, som skall filtrera lösningen och förhindra krompartiklar att komma upp i röret. I stället för glasfilter kan man begagna det vid sidan tecknade, till en kapillar spets utdragna och omböjda glasröret, som av allt att döma gör lika god tjänst som ett filtrum. Fraktionskolvens sidorör är förlängt med en ligatur, som kan tillslutas med fingret eller en klämmare.

Kolven beskickas med ca 1 g krompulver och 60—70 ml 1 M HCl. En snabb uppvärmning gör metallen aktiv, och gasutvecklingen börjar. Genom att stänga sidoröret kan man driva upp lösningen i de båda behållarna på ömse sidor om kranen. Om lösningen visar sig vara för svag, låter man den rinna ned igen och fortsätter så tills färg och vätgasbildning är tillfredsställande. Auditoriet ser då i de båda behållarna en blågrön grumlig vätska; på nära håll ser man med lupp den typiska gasdimman. I den övre behållaren tillsättes några ml konc. saltsyra, som förstärker vätgasbildningen och gör lösningen klargrön, varvid den undre behållaren tjänar till jämförelse. Sedan kan man draga ned lösningen, driva upp den igen och nu buffra den med acetatbuffert, varvid dimman försvagas eller försvinner och blandningen av Cr(2)- och Cr(3)-färg länge förblir oförändrad.

Notiser

Explosionsförsök

Gasexplosioner. Anordningar för att visa hur vätgas eller lysgas i blandning med luft ger en explosiv gasblandning torde vara många. Så t. ex. är det väl vanligt att fylla såpbubblor med vätgas eller en pappburk och sedan närma en gaslåga. Ett vackert och imponerande försök kan göras med en 2 à 3 l glasflaska med avsprängd botten. Flaskan sättes fast i stativ så, att flaskans undre öppning är helt fri. I flaskhalsen sättes en kork med ett rakt glasrör 8—10 mm i diameter och cirka 10 cm långt. Om vätgas eller lysgas inledes vid botten under någon minut, kan gasen antändas upptill i glasrörets mynning. Lågan brinner lugnt, tills den explosiva blandningen i gränsskiktet gas-luft får kontakt med lågan. Lågan slår då tillbaka och en kraftig explosion sker. Med lysgas blir effekten mindre än med vätgas. Rummet bör åtminstone delvis mörkläggas, så att explosionsvågen blir synlig. Om man i stället för det ca 10 cm långa röret insätter ett 1 m långt rör och upprepar försöket, får man en egendomlig effekt. Vätgaslågan brinner lugnt och avtar något, vilket varslar om att explosionen är i antågande, men denna kommer det oaktat oväntat i glasflaskan utan att till synes ha påverkats av lågan eller påverka denna. Lågan brinner nämligen även en stund efter explosionen och slocknar tyst. Det är lämpligt att upprepa försöket men med ett finmaskigt nät fäst på undersidan av korken. Explosionen uteblir då (Davys säkerhetslampa).

Man kan också som lektor W. Schock påpekat använda det inre röret till en gasutvecklingsapparat (Grave katalog nr 2818). Röret sättes upp och ned i stativ. Nedtill inledes lysgas från en bunsenbrännare. Efter cirka $\frac{1}{2}$ minut avlägsnas brännaren och den från rörets övre mynning utströmmande gasen antändes och brinner tills lågan slår tillbaka med en smäll. Försöket bör helst utföras med vätgas som ger en avgjort bättre effekt. Explosionskärlets dimensioner inverkar givetvis också på ljudet. Med den ovan beskrivna flaskan erhålles en dov men utomordentligt kraftig knall, med det av lektor S. föreslagna röret erhålles en högre »ton» påminnande om det vanliga knallgasförsöket i provrör.

Har man ej tillgång till vätgas och i stället för lysgas använder flaskgas (propan och butangas, gasol), kan ovannämnda anordningar ej användas därför att gasolgasen är tyngre än luft. Försöket kan dock genomföras även med gasol, om man använder en lämplig anordning. En sådan är följande.

I ena änden av ett 30 cm långt, 3—4 cm vitt rör inpassas en kork. I korken borras ett hål, däri insättes ett 15 mm vitt, kort U-rör. Röret sättes vertikalt i ett stativ med den fria öppningen uppåt. Man inleder gasolgasen i övre mynningen t. ex. genom att föra ned gasbrännaren i denna, och efter någon minut antänder man gasen vid U-rörets mynning. Därefter tager man bort brännaren. Man får först en hög låga som hastigt blir allt mindre, till sist knappast synlig och slutligen slår den tillbaka med en liten knall eller närmast en puff. Explosionen är således betydligt svagare än den som erhålles med vätgas.

Detta torde ej bero på att gasolgasen är mindre explosiv utan på att gasen i gränsskiktet luft-gas ej blandas lika effektivt på grund av att propan- och butanmolekylernas rörlighet är betydligt mindre än vätgasens.

Stoftexplosioner. Minst lika viktigt som att visa gasblandningars explosiva egenskaper torde det vara att visa huru finfördelat stoft av organiska ämnen t. ex. damm av textilier, socker eller mjöl kan ge upphov till farliga explosioner. Genom läroverksadjunkt Gustav Andersson, Solna, har min uppmärksamhet blivit fäst på hur enkelt en sådan stoftexplosion kan anordnas.[1]

En rund plåtburk 2—3 l rymd med trycklock förses i botten med ett hål vari en kork med inpassad tratt insättes. Vid trattröret insättes en ungefär 2 m lång gasslang. I tratten tryckes lätt ned en liten bomullstuss och över denna lägges en knivsudd nikt. Bredvid tratten ställes ett litet kort ljus med kort veke, som antändes, varpå locket omedelbart tryckes fast på burken. Man blåser i slangen, varigenom bomullstussen flyger ur tratten och nikten sprides, vilket ger upphov till en så kraftig explosion att locket i regel kastas upp i taket. Försöket misslyckas praktiskt taget aldrig, och har man ej tidigare haft respekt för stoftexplosioner får man det efter detta försök.

Harry Hellström

Framställning av litopon, ett exempel på en konduktometrisk titrering

Framställningen av litopon, bariumsulfat+zinksulfid, är värd att utföra, inte bara att omtala. Och detta därför att reaktionen lätt kan följas konduktometriskt eftersom den är ett extremt exempel på ändringen av ledningsförmågan vid en jonreaktion. Vid tillsats av zinksulfat till en lösning av bariumsulfid sjunker ledningsförmågan praktiskt taget ned till noll vid ekvivalenspunkten för att därefter åter stiga.

[1] H. Rheinboldt, Chemische Unterrichts-Versuche, Dresden und Leipzig 1934.

Materiel. En dubbelelektrod av vanlig typ, en demonstrationsamperemeter till 1 A, en cylinder om 100 ml, vari dubbelelektroden kan sänkas ned, en 0,1 M $ZnSO_4$ (28,8 g $ZnSO_4 \cdot 7H_2O$/liter), en ca 0,05 M BaS (ca 12,5 g 80 procentig BaS+1 liter ljumt vatten), lösningen filtreras. Det kan vara skäl att bestämma lösningens koncentration. Det sker jodometriskt; 25 ml av lösningen neutraliseras nätt och jämnt med 1 M saltsyra, som tillsättes droppvis (fenolftalein), varefter man titrerar med 0,05 N jodlösning.

Försök. Dubbelelektroden kopplas i serie med amperemetern och fästes i ett stativ på lämplig höjd över arbetsbordet. I cylindern, som är rörlig och skötes med handen, tages så mycket av BaS-lösningen att den täcker elektroden då man lyfter upp cylindern. Härtill åtgår ungefär 50 ml lösning. Med elektroden på detta sätt nedsänkt i lösningen av BaS ställer man hastigt in en ström av 0,5—1,0 A. Cylindern sänkes medan spänningen ligger kvar, och man tillsätter ur en byrett ca 10 ml zinksulfat. Efter omröring lyfter man upp cylindern, så att man får det nya värdet på strömmen. Man fortsätter att tillsätta zinksulfat portionsvis med ungefär 1 ml i taget och prövar strömmen efter varje tillsats. Den sjunker till nära noll för att sedan vid fortsatta tillsatser ånyo stiga. Detta sätt att utföra försöket är baserat på att strömmen är likström, och genom den kortvariga bestämningen av strömstyrkan undviker man någon mera avsevärd elektrolys.

Försöket är ett exempel på en titrering med en amperemeter som indikator och som sådant intressant och upplysande. Upplysningen består däri att varje förändring i ett system, som passerar ett maximum eller minimum eller en diskontinuitet kan användas för en kvantitativ analys. *G. Starck*

Analys av tomtebloss

kan utföras som laborationsövning på järn i RIII.

Impulsen till denna laborationsövning var elevernas önskan att på läsårets sista timme få göra något som »knallade». Men önskemål om knalleffekter tyder inte på något större kemiskt intresse, varför deras anhållan avböjdes. Efter någon eftertanke befanns emellertid att tomteblosset kunde erbjuda en viss besläktad sensation, och det visade sig vara en mycket givande ersättning. Alltså utfördes följande försök med tomtebloss från fabriken »Tomten» i Stockholm.

1) Ett tomtebloss kokas med vatten i ett provrör, tills tändsatsen har fallit sönder fullständigt eller nästan fullständigt. Det visar sig att metallen, järnet, är utomordentligt finfördelat; den avsätter sig ytterst långsamt, och om ett prov spädes ut med vatten, får man nästan intryck av en kolloid. Större delen av extraktet filtreras och

filtratet ger med svavelsyra, med ammoniumkarbonat och med kromat reaktion på barium, med svavelsyra+ferrosulfat och med svavelsyra+difenylamin reaktion på nitrat och slutligen med jod en blandfärg som tyder på stärkelse+dextrin. Ett prov kan till yttermera visso kokas med saltsyra och prövas med Fehlings lösning på glykos (med kopparklorid i stället för -sulfat för att undvika fällning av bariumsulfat).

Återstoden av provet löses i utsp. saltsyra under vätgasutveckling, och lösningen prövas på järn.

2) Man kan med exakt samma resultat extrahera med vatten av rumstemperatur, men bör då räkna med en tid för extraktionen av minst 12 timmar, helst mera.

3) Ett tomtebloss tändes och får brinna ut fullständigt. Återstoden kokas med vatten i provrör; den klara vätskan, som ej behöver filtreras, avhälles. Prövad med pH-papper ger den värdet 10, upphälld på ett urglas överdras den med den för barytvatten karakteristiska hinnan av bariumkarbonat, den ger fällning med koldioxid, fällning med svavelsyra och kromat. Proven på nitrat och stärkelse ger negativa resultat; nitratet och bindemedlet är tydligen förbrända. Den svarta askan på järnbandet kan skrapas av; den torde vara hammarslagg men innehåller fortfarande en del oförbränt järn. Härpå tyder att substansen ger vätgasutveckling med vatten och med saltsyra.

G. Starck

Aktuellt

Tredje nordiska kongressen LMFK. Stockholm—Uppsala. 4—8 aug. 1957.

Söndagen den 4 augusti 1957 samlades i Blå hallen i Stockholms stadshus, som välvilligt ställts till förfogande av stadens myndigheter, ett halvt tusental lärare från Nordens fem länder till den tredje nordiska kongressen för lärare i matematik, fysik och kemi (LMFK). Av deltagarna var 138 från Danmark, 121 från Finland, 68 från Norge, 1 från Island och resten från Sverige. Dessutom deltog två västtyska gäster.

Efter musik på stadshusorgeln av musikdir. E. Erling hälsade kongressbestyrelsens ordförande, lektor E. Knave, de närvarande välkomna. Därefter besteg chefen för Kungl. Skolöverstyrelsen, generaldirektör N. Rosén, talarstolen och efter en översikt över aktuella undervisnings- och samhällsproblem förklarade han kongressen öppnad. Prof. J. Tandberg talade så över ämnet »Några synpunkter på makro- och mikrokosmos» med tonvikt på den historiska utvecklingen. Musik från alla Nordens länder inramade de olika framträdandena. Sedan den talrika församlingen flyttat över till den praktfulla Gyllene salen och där bänkat sig vid teborden, hälsades kongres-

sen av representanter för de gästande länderna. Dagen avslutades med gemensam middag på Skansens Hög- och Nyloft, som genom högtalare var förenade till ett.

Måndagen var första arbetsdagen. Kl. 9.30 hälsade Tekniska museets chef, intendent T. Althin, välkommen till museet, som under de tre närmaste dagarna blev kongressens mycket uppskattade hemvist. Första föredraget hölls av undervisningsrådet J. Orring över ämnet »Försöksskolans högstadium, de matematisk-naturvetenskapliga ämnenas ställning och problem». Undervisningsrådet B. Beskow talade om »De matematisk-naturvetenskapliga ämnena på enhetsskolans yrkeslinje». — »Matematiken i de svenska gymnasierna» behandlades av undervisningsrådet C. E. Sjöstedt. — Efter lunchpausen talade lektor J. Vange, Danmark, om »Matematiken som hjelpedisciplin. Hvorledes kan man koordinere undervisningen på gymnasiets forskellige linier med universitetens og de höjere läreanstalters behov for matematik som hjelpedisciplin?» Vid en därpå följande kort diskussion med huvudsakligen danska deltagare behandlades olika krav på stringens i matematikundervisningen på skolstadiet. Till den diskussion, som utlysts över ämnet »Vilka krav kan ställas av det praktiska livet, industrien, den högre tekniska utbildningen och universiteten på skolans undervisning i matematik?» hade för dagen rektorn vid Kungl. Tekn. högskolan, prof. R. Woxén, och prof. vid Stockholms högskola Otto Frostman ställt sig till förfogande som inledare.

Tisdagens förmiddagsprogram utgjorde en fortsättning av föregående dags förhandlingar. Inledningsanföranden hölls nu av docenten vid Stockholms högskola G. Helén och rektorn vid Götaverkens industriskola, ing. H. Lenerius. Doc. Helén redogjorde därvid för undersökningar, som utförts av Studieförbundet Näringsliv och Samhälle. Senare på dagen talade prof. dr phil. M. Phil och lektor, dr phil. K. G. Hansen över »Retningslinier i den nyere fysikundervisning ved universitet og gymnasieskoler i Danmark».

På eftermiddagen gjordes en utfärd med båt till det vackra Drottningholm, där teatern, slottet och parken besågs under sakkunnig ledning.

Onsdagens första föredrag hölls av lektor B. Stara, Finland, över ämnet »Läroverksreformen i Finland». Eftermiddagsprogrammet upptogs av två föredrag: det första med titeln »En generalisasjon av middelpunktbegrepet» hölls av lektor O. Lindstad, Norge, och i det andra anlade lektor A. Leide från Lund »Några synpunkter på den nyare fysiken i de svenska gymnasiernas kursplaner».

Utöver de i programmet upptagna föredragen och diskussionerna hade efter ett smidigt inordnat schema anordnats demonstrationer, där experimentspecialister för att inte säga försökscharmörer tvingade

naturen att lyda »sina lagar». Civiling. T. Wilner, lektor F. Hjerting, lektor A. Saarnio, ing. S. Lindblom, 1:e assistent E. Bengtsson, fil. lic. Valborg Thorsell och fil. dr B Hällje gjorde härvid livligt uppskattade insatser. Utställningar av litteratur och undervisningsmateriel beskådades flitigt.

Torsdagens förhandlingar hade förlagts till Uppsala, dit kongressmedlemmarna anlänt med ett tidigt extratåg. Första samlingen ägde rum i Domkyrkan, där fil. dr A. Hj. Uggla talade om Uppsala. Domkyrkoorganist H. Weman utförde därefter musik på orgeln. Efter lunch uppdelades kongressen på två sektioner. För sektion I (matematik) talade rektor K. Piene, Norge, »Om beviset i matematiken» och därefter redovisade rektor L. Sandgren »Synpunkter på det svenska gymnasiets kurs i funktionslära». Sista föredraget hölls av lektor E. Vanäs, som talade om »Terminologi och räknemetoder vid mekanisk räkning», varpå följde en kort diskussion. För sektion II (fysik och kemi) talade laborator G. Lindstedt och laborator E. Ljungholm på Statens institut för folkhälsan och civiling. C.-E. Holmquist vid Kungl. vattenfallsstyrelsen »Om föroreningar i livsmedel, vatten och luft och de viktigaste metoderna att påvisa dem». Slutligen höll forskningschefen vid Pharmacia, civiling. E. Askelöf, ett föredrag med titeln »Kort orientering om läkemedelsforskning och nya läkemedel». Föredragen hölls på universitetet. I programmen för båda sektionerna ingick visning av universitetets fysiska och kemiska institutioner. För kongressens passiva medlemmar var utfärder och sightseeingturer anordnade såväl i Stockholm som i Uppsala.

Kl. 18 samlades kongressens medlemmar till avskedsmiddag i den mäktiga rikssalen på Uppsala slott. Här framfördes tack till kongressbestyrelsen från representanter för alla deltagande länderna och särskilt hyllades sekreteraren och kassören, lektor B. Gustaver, för hans självuppoffrande och hängivna arbete för kongressens lyckliga genomförande.

Som en angenäm avslutning av kongressen hade anordnats en tre och ett halvt dygns resa i Värmland och Dalarna, till vilken ca 90 deltagare anmält sig. Resan, som genomfördes i SJ:s regi, blev en verklig fullträff. Dagsprogrammen var späckade, varför tidiga och eggande reveljer i tåghemmets korridorer var av nöden. Sålunda besöktes Mårbacka och Rottneros i Värmland och Siljansbygden med Leksand, Tällberg, Rättvik och Mora i Dalarna. Vid ett tidigt morgonbesök vid Brunnsviks folkhögskola talade rektor Alf Ahlberg om denna folkhögskolas uppkomst och utveckling. I Ludvika var kongressen inbjuden av ASEA-Ludvikaverken, vars chef, dir. G. Rydbeck, talade om aktuella industri- och samhällsproblem. Därefter bjöds på lunch.

Stora Kopparbergs Bergslag stod för värdskapet i Falun. Efter välkomsthälsning och rundvandring i det stilfulla bergslagsmuseet samlades kongressens medlemmar som bolagets inbjudna gäster till en charmant middag på Grand hotell.

Som sammanfattning av intrycken från kongressen kan sägas, att allt, som bjöds, var av högsta klass och att det stundom ansträngda tidsschemat hölls med en beundransvärd precision. Och till sist men inte minst viktigt: trevnaden var stor och den personliga umgängelsen stimulerande.

Carl Rosengren

Kurs i fysik för lärare vid högre tekniska läroverk

Sedan åtskilliga år tillbaka anordnas genom Kungl. Överstyrelsens för yrkesutbildning försorg kurser i olika ämnen eller ämnesgrupper för lärare vid tekniska läroverk. Dessa kurser omfattas med ett mycket stort intresse av berörda lärarkategorier och utgör ett mycket betydelsefullt moment i strävandena att successivt inlemma aktuella nyheter från olika utvecklingsområden i undervisningen. Med nuvarande snabba utvecklingstakt gör sig behovet av korta men ofta återkommande fortbildningskurser alldeles särdeles starkt gällande för lärare vid tekniska läroverk.

Under tiden 11—13 juni anordnades sålunda en kurs i fysik, förlagd till Stockholm och Uppsala. I kursen, som räknade 32 deltagare, deltog övervägande antalet fysiklärare vid de tekniska läroverken. Som utmärkt kursledare fungerade lektor Torsten Jönsson, Stockholm, som också haft det omedelbara ansvaret för det digra och innehållsrika programmet, omfattande föreläsningar, diskussioner, demonstrationer och studiebesök. Transistorn, moderna magnetiska material och kärnfysik utgjorde kursens dominerande inslag.

Transistorn i teori och praktik behandlades i ett belysande föredrag med demonstrationer av civ. ing. G. Markesjö, Tekniska Högskolan. I ett senare föredrag av docent P.-O. Löwdin, Uppsala, fick åhörarna en snabbskiss av den moderna fysikens utveckling från sekelskiftet fram till dagens läge, där föredragshållaren avslutningsvis anknöt till transistorns fysikaliska bakgrund.

Problemställningar, i såväl teori som praktik, för moderna magnetiska material belystes i ett intresseväckande föredrag av civ. ing. P. Carlberg, Surahammars Bruk. Den moderna fysikens landvinningar har här gett en helt ny teoretisk bakgrund, väsentligt annorlunda än den som man i huvudsak byggde på för mindre än 10 år sedan. Deltagarna tillställdes ett 20-sidigt välredigerat kompendium över föredragets innehåll av Surahammars Bruk.

Kursens kärnfysikavsnitt var i sin helhet förlagt till AB Atomenergi.

Efter ett orienterande föredrag, ett om Farstareaktorn samt ett om materialforskning följde en uppmärksammad visning av den industriella uranframställningen på platsen, allt av högaktuellt intresse.

Kontakt med dagens fysikerutbildning från högskolestadiets början fram till slutstadiet fick deltagarna genom ett givande besök vid Fysikum och Gustaf Werners Institut för Kärnkemi i Uppsala med föredrag och visning av institutionerna.

Mycket mer skulle kunna sägas om kursens innehåll, men här kan endast ytterligare nämnas studiebesöket vid Svenska Ackumulator AB Jungner, där glassliperiet och tillverkningen av optiska instrument väckte deltagarnas stora beundran, samt sista dagens innehållsrika exposé av kursledaren, lektor Torsten Jönsson, om vår fysikaliska tidskriftsflora, vad den omfattar, vad vi bör ha var och en på sin ort, vad den kan och bör ge oss. Tidskrifterna är de primära nyhetsspridarna på alla stadier och alla områden!

Vad här summariskt omnämnts, gavs deltagarna på 3 dagar, alla förvisso späckade med aktuell och värdefull fysik till gagn för ingenjörsutbildningen. *Eve Staffansson*

Metodikkurs i fysik

har hållits under tiden 25 juni—5 juli. Kursen, som var anordnad av Lärarhögskolan, hade förlagts till Högre allm. lärov. f. flickor i Stockholm. Kursledare var lektor Ernst Knave och antalet deltagare 27.

Undervisningsrådet Bengt Nilsson som öppnade kursen, diskuterade i sitt öppningsanförande olika sätt att få tid till en utförligare behandling av den moderna fysiken. En möjlighet vore en omläggning av fysikkursen inom gymnasiet, så att det blir möjligt att förlägga skrivningen i fysik till slutet av höstterminen eller till början av vårterminen i högsta ringen.

Han påpekade även att Skolöverstyrelsen förväntar att fysiklärare, som handhar orienteringskursen i gymnasiet i fysik, erhåller kompensation på grund av det stora merarbete, som följer med denna kurs. Olika lärares erfarenheter av orienteringskursen redovisades senare av lektor Knave, som lämnade många värdefulla råd för uppläggning av kursen. Det ansågs att den borde ha gjorts frivillig särskilt för latinavdelningarna, där det är svårt att få alla intresserade. Detta hade visst också ursprungligen varit meningen.

Följande föredrag jämte demonstrationer hölls. Lektor E. Knave: Om elektronen, Transistorn, Kärnfysik, Metodikföreläsningar. Lektor B. Liljeqvist: Optiska försök (2 förel.), Röntgenstrålning. Ingenjör S. Lindholm: Televisionsförsök, Försök med radiorör, Vattenvågor och andra vågor, Vakuumförsök. Assistent P. Kökeritz: Kärnemulsionsplåtar, Demonstration av scintillationsräknare.

Bland utförda laborationer må nämnas: Frank-Hertz' försök, Plancks konstant och *e/m*, Geiger-Müller-räknare, Transistorförsök, Mikrovågsförsök.

Besök gjordes på Karolinska sjukhusets radiofysiska institution, hos AB Atomenergi, på Tekniska Museets Atomarium, och i Uppsala besågs cyklotronen och universitetets fysiska institution.

Det framstod klart under kursens gång hur värdefull och nödvändig en sådan kurs är för oss fysiklärare, särskilt nu, då fysiken genomgår en så kraftig utveckling. Man får goda uppslag till institutionsarbetet genom att studera en så välskött institution som Norrmalms flickläroverks fysiska institution, anvisning på nya intressanta experiment, kontakter med andra kolleger med nyttigt utbyte av erfarenheter. Vi äro därför tacksamma för att vi fått deltaga i denna kurs, som tack vare lektor Knaves framstående och vana ledning och hans skickliga medarbetares insatser blev av stor betydelse för oss.

Ernst Hansson

Kurs i fysik i Uppsala

Under tiden 25 juni— 5 juli anordnade Kungl. Skolöverstyrelsen en kurs i fysik å Fysiska institutionen vid Uppsala universitet. Ledare för kursen var lektor A. Ljunghall och antalet deltagare 23.

Kursen öppnades av undervisningsrådet B. Nilsson, som konstaterade det glädjande stora intresset för kursen, vilket medfört, att tyvärr endast en del av de sökande kunnat beredas plats. Undervisningsrådet framförde också ett tack till cheferna för den fysiska institutionen samt till de föreläsare och handledare, som ställt sig till förfogande.

Under kursen föreläste doc. O. Beckman om elektronik och doc. G. Ekspong om kärnfysik, varjämte lektor Ljunghall gav några metodiska synpunkter på skolundervisningen i elektronik och kärnfysik. En förmiddag ägnades åt föredrag om pågående arbeten vid Fysiska institutionen samt visning av denna. Vidare anordnades studiebesök vid AB Atomenergis reaktor samt demonstration av universitetets synkrocyklotron.

I grupper om i allmänhet tre utförde deltagarna laborationer på elektronrörens karakteristikor och förstärkning, elektriska filter, gasfyllda celler, elektriska svängningskretsar, kärnemulsioner, Geiger-Müller-rör, konstgjord radioaktivitet och scintillationsspektrometern. Vid laborationerna biträdde assistent P. Bergvall som handledare.

Kursen var livligt uppskattad av deltagarna och belåtenheten allmän över att kursen kunnat förläggas till en så lämplig tid på sommaren.

Björn Bruno

Kurs i kemi

Under tiden 22 juli—3 aug. hölls i institutionen för oorganisk kemi vid K. Tekniska Högskolan i Stockholm en av K. Skolöverstyrelsen i samarbete med Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning anordnad kurs för kemilärare med lektor Bror Gustaver som kursledare.

Det dagliga arbetet pågick mellan kl. 9 och 17 med en timmes lunchrast och inleddes vanligen med en föreläsning. Som föreläsare och på allt sätt hjälpsamma och skickliga handledare för de 30 kursdeltagarna fungerade fil. lic. Georg Biedermann och fil. kand. Nils Ingri.

De första dagarna ägnades åt kvalitativ analys i halvmikroskala, helt inriktad på joner av mindre vanliga grundämnen såsom Tl, W, Mo, V, U etc., inalles 14 st. Den traditionella »receptbetonade» analysgången var lagd åt sidan. I dess ställe hade varje laborant till sitt förfogande en tablå upptagande de nämnda grundämnenas redoxpotentialer, hydrolysjämvikter vid olika pH, molekylslag vid mättning med svavelväte vid olika pH, löslighetsprodukter samt beskrivning av typiska reaktioner. Meningen var, att varje laborant med dessa fakta som underlag själv skulle utfundera ett förfarande att fastställa de joner, som gavs som prov sedan typreaktionerna genomgåtts. Detta lyckades också bra i mycket stor utsträckning.

Mycket uppskattade inslag i kursen var arbetet med jonbytare av olika slag som hjälpmedel vid såväl kvalitativ som kvantitativ analys, papperskromatografi samt inte minst mätningen medelst Geiger-Müllerräknare av radioaktivt silvers strålning för bestämning av silverkloridens löslighet i lösningar av varierande klorjonkoncentration.

En tredje grupp av försök upptog bestämningar av konstanter, baserade på mätningar av ledningsförmåga, emk. eller ljusabsorption (spektrofotometri).

Ett värdefullt inslag i kursen utgjorde den föreläsning med demonstrationer rörande glas och glasarbeten, som gavs av institutionens skicklige glasblåsare, Frans Ericson. De som så önskade kunde även under ett par kvällstimmar få syssla med glasarbeten under hr Ericsons ledning.

För att utröna kursdeltagarnas syn på kursen ur olika aspekter hade tvenne diskussioner anordnats. Deltagare, som bevistat även förra årets kurs i halvmikroanalys (Elementa *39*, sid. 192) och som hunnit omsätta sina erfarenheter i skolarbetet, betonade härvid de stora fördelar halvmikrometodiken erbjuder vid laborationer på gymnasiet. Beträffande de fysikalisk-kemiska försöken i skolarbetet framhölls de svårigheter, som tidsfaktorn och instrumentresurserna inne-

bär. Vid den avslutande diskussionen behandlades bl. a. läroverkens kemiundervisning som underlag för fortsatta studier vid högskolarna. Prof. L. G. Sillén betonade härvid bl. a. den dåliga eller rent av obefintliga korrelationen mellan studentbetyget i kemi och studenternas prestanda vid olika kunskapsprov på högskolan. En bättring kunde åstadkommas, om man finge skriftliga prov i kemi i studentexamen, åtminstone för högre betyg. — Andra talare erinrade om kemiundervisningens allmänbildande syfte och att en viss differentiering inom klassen kan bli nödvändig med hänsyn till valet av fortsatt studieväg.

Man får hoppas, att kurser av det slag, som nu anordnats tvenne somrar, måtte följas av liknande. För lärarna utgör de ett starkt incitament, som säkert får återverkningar i skolarbetet.

S. Säverborn

Industriens Upplysningstjänst

anordnade under tiden 13—19 juni 1957 sin tolfte industrikurs för läroverkslärare i geografi och kemi. Årets kurs ägnades åt mellansvensk industri, i Örebro, Köping, Eskilstuna och närliggande orter.

Man samlades — ett femtiotal deltagare — i Örebro torsdagen den 13 juni. Kursens ledare, rektor Erik Eklund vid Upplysningstjänsten, angav i sitt hälsningstal den vänliga och glada ton som präglade samvaron under hela kursen. — Så följde föredrag om näringslivet inom Örebro stad och län och om Sveriges energiförsörjning. På e. m. gjordes besök vid Närkes Kvarntorp och vid Örebro stads nya reningsverk i Skebäck.

Fredagen ägnades åt skoindustri och kextillverkning, så som sig bör när man är i Örebro. Vid besöket i AB Oscarias skofabrik fick deltagarna lyssna till ett föredrag, som gav en inblick i de svårigheter som en »modebetonad» industri har att övervinna. På e. m. studerades bakning i stor skala vid Örebro Kexfabrik och besök gjordes vid United Shoe Machinery Co:s läderfiberfabrik, en nystartad industri.

Under lördagen var det visning av Örebroortens Mejeriförening, där man fick följa mjölken från »intag» till »utsläpp» och studera ost- och smörtillverkning.

»Kurssöndagen» användes traditionsenligt till en kulturhistorisk utfärd. Så skedde även i år. Det blev en tjusande färd genom gamla kulturbygder: Lindesberg, Siggebohyttan, Stråssa, Kopparberg. Ledare var landsarkivarien i Örebro län, fil. dr B. Walldén.

På måndagen gick färden till Köping. Först besöktes Köpings Mek. Verkstad, där man besåg kugghjulsverkstaden och maskinhallen — och av verkstadsledningen bjöds på lunch. Andra besöket gällde AB

Svenska Salpeterverken. Företagets v. direktör, Birger Kock, gav som introduktion till visningen en översikt över tillverkningen.

Tisdagen tillbringades i Eskilstuna med besök på AB Bolinder-Munktells verkstäder, där bl. a. traktortillverkningen och laboratorierna fångade intresset. Ett mycket uppskattat inslag var besöket vid företagets industriskola. Senare på dagen besöktes AB C. E. Johansson — »mått-Johansson» — och Eskilstuna fabriksförenings utställning i Rademachersmedjorna.

Kursen avslutades på onsdagen med en bussfärd till Nybybruk med dess imponerande, moderna kallvalsverk.

Behållningen av kursen är för oss deltagare till väsentlig del den levande kontakt vi fick med betydelsefulla industriföretag. Vi har härigenom fått god hjälp att levandegöra vår undervisning och ge våra elever inblick i och förståelse för svensk industri. Deltagarna i 1957 års industrikurs riktar ett vördsamt tack till de besökta företagen och tackar hjärtligt kursledningen, rektor Erik Eklund och hans medhjälpare civilekonom Bengt Eriksson, för en välordnad, lärorik och rolig kurs.

Kerstin Berg

Gradualavhandlingar[1]

Hans Rudberg, *On the Theory of Relativistic Diffusion* och *The Compactification of a Lorentz Space and Some Remarks on the Foundation of the Theory of Conformal Relativity.* Disputation i Lund den 22 maj 1957. Opponenter: docent Sven Bertil Nilsson, Lund, och laborator Hans Rådström, Stockholm.

I det första arbetet behandlas en på särskilt sätt konstruerad diffusionsprocess, som i motsats till diffusion i klassisk mening leder till ett system av *relativistiskt invarianta* differentialekvationer. Det grundläggande antagandet är att samtliga i processen deltagande partiklar rör sig med en konstant hastighet, som i avhandlingen identifieras med ljushastigheten. Varje partikel rör sig längs en styckvis rätlinjig bana. De punkter där en partikel ändrar sin rörelseriktning är statistiskt fördelade enligt regeln för s. k. Poissonprocesser, varvid dock sannolikheten för riktningsändring även antages bero av den riktning i vilken partikeln för tillfället rör sig. Utförligt behandlas endast det en- och tvådimensionella fallet, där de fundamentala differentialekvationerna kan härledas med en explicit metod, som i sig själv innebär en analys av processens förlopp.

I det andra arbetet studeras vissa frågor sammanhängande med en tänkbar och av åtskilliga författare tidigare studerad generalisering

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

v Einsteins relativitetsteori, närmast den speciella teorin. Man har bserverat att gruppen av alla Lorentztransformationer i själva verket r undergrupp av en s. k. Lorentzkonform grupp, som fysikaliskt förutsätter ekvivalens inte endast mellan alla iakttagare med konstant elativ hastighet utan även mellan alla iakttagare med konstant elativ acceleration. Ordet »konform» skall i dessa sammanhang fattas viss analogi med ordinära konforma dvs. vinkelriktiga avbildningar, nen med den avgörande skillnaden att man i den relativistiska teorin rbetar med Lorentzmetriken $s^2=x_4^2-x_1^2-x_2^2-x_3^2$ istället för med den uklidiska geometrins metrik. Men liksom studiet av ordinära konorma avbildningar ej kan genomföras framgångsrikt utan att kompaktifiera det euklidiska rummet med en oändlighetspunkt, kan icke Lorentzkonforma avbildningar studeras utan att kompaktifiera Lorentzrummet. Detta visar sig vid närmare studium kräva en idealiserad ljuskon i oändligheten». I avhandlingen studeras framförallt den opologiska strukturen av det på så vis kompaktifierade Lorentzrumnet. Det visar sig att ett tvådimensionellt Lorentzrum efter kompaktifiering är ekvivalent med en torus, medan ett fyrdimensionellt Lorentzrum blir ekvivalent med ett torusliknande rum av högre limensionstal. Dessa topologiska överläggningar leder bland annat ill observationen att en s. k. »spinrepresentation» av den konforma gruppen är fyrvärdig.

Gunnar Widmark, *Investigations in the Field of Terpenes.* Sammanfattning i Svensk Kemisk Tidskrift *69*, 175 (1957) av nio arbeten i Acta Chem. Scand. och Arkiv för Kemi, varav två arbeten i samarbete med S.-G. Blohm och två med B. Holm. Disp. vid Stockholms Högskola den 18 maj 1957. Opponenter: tekn. dr. J. Gripenberg, Helsingfors, och Ph. D., civiling. Y. Sundström, Marmaverken.

En av de faktorer som effektivt motverkat användandet av de somera vätske-terpenerna, speciellt $C_{10}H_{16}$-terpenerna, för reaktionstudier har varit svårigheten att renframställa dessa isomerer var för ig i homogent tillstånd. Simonsen framhåller i sitt stora sammanattningsarbete (The Terpenes, Cambridge 1947—1951) »it is doubted f any of the natural terpenes ever have been prepared in a state of urity». Med hjälp av den av Blohm (Arkiv för Kemi *6*, 317 (1954)) ntroducerade mikroförträngningsanalysen (sorption analysis) har förattaren, till en del i samarbete med Blohm, analyserat terpenblandingar, renframställt terpener samt med isomeriseringsreaktioner etc. astställt homogenitet för de fyra vanligast förekommande terpenerna terpentinblandningar; Δ^3-karen, limonen, α-pinen och β-pinen. Dessa erpener har sedan använts som grundsubstanser i följande arbeten om till stor del behandlat problem samhörande med autoxidation.

Autoxidationen av terpentin är föremål för medicinskt intresse, då isynnerhet oxiderat svenskt terpentin är aggressivt mot överkänslig hud (terpentineksem), och övervägande delen av undersökningarna i den framlagda avhandlingen har bekostats av anslag från medicinska fonder. De med.-kemiska undersökningarna under ledning av prof. Hellerström vid Karolinska Institutet har visat att den allergiska principen uppstår vid autoxidationen och att den produkt som bildas ur Δ^3-karen är synnerligen aktiv. På grund av Δ^3-karens benägenhet för komplex isomerisering har de inledande rent kemiska studierna av autoxidationen koncentrerats till limonen som är enklare uppbyggt. Författaren har här bl. a. funnit att bildningen av optiskt aktiv karvon kan förklaras med antagandet av resonans i en limonenradikal. För att säkerställa analysresultaten med avseende på karvon har författaren i samarbete med Holm renframställt och analyserat en serie ketoner nära besläktade med karvon.

I det nionde och sista arbetet har författaren studerat konstitutionen av isonitrosokaren i avsikt att ur detta ämne framställa ketoner liknande dem som bör bildas vid autoxidation av Δ^3-karen. Isonitrosoföreningen behåller sin karenstruktur, vilket bevisats genom isolering av en optiskt aktiv homokaronsyra. Den syra som Simonsen tidigare rapporterat som homokaronsyra har författaren visat vara en omättad syra som lätt bildas ur homokaronsyra vid alkalibehandling genom sprängning av cyklopropanringen. Isonitrosoföreningen undergår redan vid försiktig sur hydrolys en genomgripande omlagring varvid 3,4-dimetylacetofenon bildas. Författaren har antagit en tropon som ett tänkbart mellansteg vid denna omlagring. Förste opponenten ansåg dock att den produkt som uppstår vid omvänd anlagring av nitrosylklorid till Δ^3-karen svarade bättre mot det framlagda experimentella bevismaterialet.

Stig Brimberg, *On the scattering of slow neutrons by hydrogen molecules*. Repro Print AB, 1956. Disp. vid K. Tekniska Högskolan den 14 dec. 1956. Opponenter: docent Bengt Holmberg, tekn. lic. Bengt Nagel samt fil. kand. Ulla Brimberg.

I detta arbete har genomförts en konsekvent kvantmekanisk beskrivning av spridningsförloppet, när långsamma neutroner infalla mot orto- och paravätemolekyler. Den numeriska behandlingen av de teoretiska formlerna har utförts i detalj för att möjliggöra en jämförelse med tillgängliga experimentella värden på verkningsytan för spridning som funktion av neutronenergin.

Först studerades trepartikelproblemet neutron-tvåatomig molekyl och partikelsystemets Schrödingerekvation separerades i två delar, kallade

neutronekvationen och molekylekvationen. I neutronekvationen utnyttjades för att representera växelverkan mellan neutronen och den tvåatomiga molekylens båda kärnor en spinberoende potential, som introducerats av Hamermesh och Schwinger år 1946. Ur neutronekvationen härleddes sedan den asymptotiska formen på neutronens vågfunktion. Med hjälp av denna definierades vidare den differentiella verkningsytan för spridning av en neutron mot en tvåatomig molekyl bestående av två identiska atomer.

Molekylekvationen löstes därefter med tre olika antaganden beträffande naturen hos den potential, som representerar den kemiska bindningen. Molekylen betraktades härvid som 1) en stel rotator, 2) en isotrop, harmonisk oscillator och 3) en isotrop, anharmonisk oscillator beskriven av en potential enligt Morse. För de rotationstillstånd hos molekylen, där det azimutala kvanttalet $l > 0$, kunde molekylekvationen lösas endast approximativt i fallen 2) och 3).

Härefter var det möjligt att integrera den differentiella verkningsytan för spridning över spridningsvinklarna. Vidare bildades ett medelvärde av den integrerade verkningsytan med avseende på en maxwellsk hastighetsfördelning för vätemolekylernas såväl translations- som rotationsrörelse vid temperaturen 300° K. Formlerna för den resulterande verkningsytan gåvos sedan en sådan form, att de bekvämt kunde utvärderas numeriskt med hjälp av den svenska matematikmaskinen BESK. (Ett av BESK:s största uppdrag från enskild person.) Elva neutronenergier i området 0,0033—1,1 eV användes, och hänsyn togs endast till grundtillståndet hos molekylernas vibrationsrörelse.

En jämförelse har gjorts mellan dessa numeriska resultat och experimentella bestämningar av verkningsytan vid olika neutronenergier publicerade av Melkonian år 1949. Inom neutronenergiområdet 0,0033—0,5 eV synes såväl det harmoniska som det anharmoniska fallet ge mycket god överensstämmelse med de experimentella resultaten.

Verkningsytan för det hypotetiska fallet, där den translatoriska rörelsen hos vätemolekylerna försummats, har också beräknats i intervallet 0,0033—0,5 eV. Dessutom har diskuterats användandet av de i detalj härledda formlerna för andra närliggande undersökningar.

Slutligen presenteras en ny statistisk uppskattning av neutron-proton-spridningslängderna a_0 och a_1 samt verkningsytan σ_0 för spridning av neutroner mot fria protoner. Därvid användes 1) den koherenta spridningslängden som mycket noggrant bestämts av Ringo, Burgy och Hughes år 1951, 2) Melkonians experimentella bestämningar av verkningsytan vid olika neutronenergier samt 3) de teoretiska resultaten i föreliggande arbete. De så erhållna värdena stämma väl överens med tidigare bestämningar.

Bokanmälningar

F. Holtoug og H. Skou-Jørgensen, *Lærebog i teknisk matematik*, udgivet af Københavns Maskin- og Elektroteknikum og Aarhus Elektroteknikum, København 1956, 328 s., dkr. 23: —. I kommission hos O. Møllers boghandel, København K.

Dansk lärobokslitteratur i matematik har sitt särskilda intresse på grund av de stora fordringar, som tydligen ställs på eleverna i de danska skolorna. Det är förbluffande att se, att en lärobok för »teknika», den danska motsvarigheten till våra tekniska läroverk, omfattar våra universitetskurser i differential- och integralkalkyl för 1 betyg, ja t. o. m. något mer i differentialekvationer, serier och komplexa tal. Det bör tilläggas, att hela läroboken läses endast av tele-(svagströms)teknikerna, vilka dock inte har mer än 12 veckotimmar på sig för hela sin matematikkurs. En erfaren dansk lärare har dock meddelat rec. att eleverna lär sig sitt stora pensum överraskande bra. Realskolan måtte trimma danskarna fint i ämnet matematik!

Behandlingen av ämnet är enligt dansk tradition stringent, trots att författarna i förordet betonar, att deras bok är praktiskt inriktad och att de låter »rigorismen» helt träda i bakgrunden. Ett exempel: i kap. III, Några viktiga transcendenta funktioner, införes naturliga logaritmen som $\int \frac{1}{x}\,dx$, därefter e^x som den inversa funktionen och till slut potensen, strängt definierad ur e^x.

Boken är inte lättläst och lämpar sig ej för självstudier. Den ställer stora krav på läraren och kräver vid sin sida ett häfte med lätta övningsexempel som förberedelse till de i läroboken behandlade svåra exemplen. I gengäld har eleverna en koncentrerad och klar text för sin inläsning av kursen.

Hela den analytiska geometrien t. o. m. kägelsnittens gemensamma ekvation och ortegenskap medhinnes på första kapitlets 29 sidor, en fin koncentration i förhållande till våra utdragna svenska läroböcker. Sedan följer ett kapitel, dit både derivator, bestämda integraler, »stamfunktioner» (ett bättre namn än primitiv funktion) och infinitesimalkalkylens fundamentalsats samlats, en i mitt tycke alldeles riktig behandling av denna kalkyl.

Kapitel III har jag redan vidrört. Det avslutas med ett intressant moment om integralfunktioner, sådana som Bessels funktion, sanno-

likheten, gammafunktionen m. fl. Kapitlet om geometriska användningar av infinitesimalkalkylen är traditionellt, men i femte kapitlet, Oändliga serier, blir man överraskad av att finna så avancerade ting som fourierserier och harmonisk analys. Sedan följer integrationsteknik, komplexa tal, differentialekvationer, funktioner av flera variabler och av komplex variabel. Åter blir man förvånad över att förff. gått så långt som till konform avbildning och partiella differentialekvationer av högre ordning.

Ett starkt intryck gör de talrika fysikaliska och elektrotekniska tillämpningsexemplen. Under sådana rubriker som »fysikaliska och tekniska användningar av infinitesimalkalkylen», »elektrotekniska användningar av fourierserier» och »komplexa tal i växelströmsläran» finnes utredningar av stort intresse för varje gymnasielärare i fysik. Jag vill betona bokens värde just för fysiklärarna. Att varje matematiklärare vid våra tekniska läroverk och realgymnasier har påtaglig nytta och glädje av den är odisputabelt.

Till sist en liten reflexion: efter att ha läst denna danska lärobok och en redogörelse för engelsk matematikundervisning, vilken jag recenserat i Elementa *39* (1956), 276, samt bläddrat i ryska läroböcker, grips jag av en stilla undran, om vi inte här i Sverige har beskedliga fordringar på eleverna i ämnet matematik, man må sedan tala aldrig så visa ord om problemlösningsterror. *Einar Lunell*

Wilhelm Blaschke, *Kreis und Kugel.* 2. durchgesehene und verbesserte Auflage. Walter de Gruyter & Co. Berlin, 1956, viii+167 S., DM 18,60.

Om L betyder längden, uttryckt i en viss längdenhet, av en plan, sluten kurva och F betyder storleken av den omslutna ytan, uttryckt i motsvarande ytenhet, så gäller allmänt $L^2-4\pi F \geqq 0$, där likhetstecknet gäller ifall och endast ifall kurvan är en cirkel. Denna sats uttrycker cirkelns isoperimetriska egenskap: om längden L är given, blir ytan F störst för cirkeln eller, som saken också kan uttryckas, om ytan F är given, blir längden L minst för cirkeln. I bokens första del (p. 1—42) ger författaren en skarp formulering av denna sats med en ingående analys av längdbegreppet, ytbegreppet och (mera kortfattat) integralbegreppet, varvid Riemanns integralbegrepp generaliseras i riktning mot Stieltjes' integralbegrepp. Grundtanken i beviset går tillbaka till en originell, sinnrik bevismetod, som i geometriskt intuitiv form givits av Steiner. Men beviset har passerat analysens grottekvarn. »Was hätte der alte Steiner, der kein Freund übertriebener Höflichkeit war, zu einer solchen Behandlung gesagt? Günstigstenfalls hätte er Faust zitiert: ...» Detta avsnitt av boken

avslutas med en historik, som trots sin knapphändighet — »eine Geschichte der 'Isoperimetrie' hätte im grauen Altertum bei der Königin Dido von Karthago zu beginnen und müsste hinaufführen bis zum Herrn Geheimrat Hermann Amandus Schwarz in Berlin» — ger mycket av intresse. Så beröres här isoperimeterproblemets anknytning till variationskalkylen, Weierstrass' existensbevis, olika strävanden att komplettera Steiners resonemang samt Minkowskis generalisering av cirkelns isoperimeteregenskap.

I andra delen av boken (p. 43—85) behandlas klotets isoperimeteregenskap. En motsvarande olikhet, $O^3 - 36\pi I^2 \geqq 0$, sammanknyter här ytinnehållet O och volymsinnehållet I. Likhetstecknet gäller ifall och endast ifall kroppen är ett klot. Det rymdgeometriska isoperimeterproblemet är avsevärt svårare att bemästra än det motsvarande plangeometriska. Man måste först klargöra för sig, hur de kroppar skola vara beskaffade, för vilka man vill genomföra beviset. Författaren begränsar sig till konvexa kroppar, ett begrepp som då först måste utredas. (H. A. Schwarz' klassiska bevis föres för allmännare kroppar.) Vidare måste begreppet ytinnehåll och begreppet volymsinnehåll skarpt definieras. Även i detta fall utnyttjar förf. en geometrisk metod, som går tillbaka till Steiner. — Avsnittets historik avser särskilt begreppen konvex kropp och konvex funktion. — Boken avslutas med en ingående undersökning av de konvexa kropparnas egenskaper. (Schwarz, Brunn, Minkowski m. fl.)

Första upplagan av boken utkom under första världskriget. Framställningen har i allt väsentligt bibehållit sin ursprungliga form. Märkligt nog har den också bibehållit sin ungdomliga friskhet. — De tillägg, som gjorts, avse nyare undersökningar. (Förf. har förbisett, att en del tidsuttryck såsom »kürzlich», »neuerdings», »neuere Untersuchungen von H. Minkowski» borde ha ändrats, då tryckåret ändrats.)

Boken rekommenderas till alla, som äro intresserade av att se, hur ett klassiskt geometriskt problem behandlas med analytisk skärpa.

Folke Ryde

Robert Brisac, *Exposé élémentaire des principes de la géométrie euclidienne.* Gauthier-Villars, Paris 1955, 77 p., 1200 fr.

Den euklidiska geometrin kan axiomatiskt uppbyggas på olika sätt bl. a. beroende på vilka odefinierade grundbegrepp som väljes. I Hilberts Grundlagen der Geometrie ingår bland grundbegreppen (sträckors och vinklars) »kongruens». När kongruensläran utvecklats kan sedan »flyttningar» (= kongruenstransformationer) definieras. I den elementära framställningen i skolan arbetas oftast redan från början med både kongruens och flyttning. Det kan givetvis inte på detta stadium bli fråga om en strängt logisk framställning, där alla

nödvändiga axiom redovisas. I stället utnyttjas den åskådliga föreställningen om flyttning.

I föreliggande arbete ges en i alla detaljer genomförd axiomatisk uppbyggnad av den tredimensionella euklidiska geometrin, varvid som grundbegrepp valts »direkt rörelse» (= direkt kongruenstransformation) i stället för kongruens. I kap. 1 introduceras punkter, räta linjer och plan och vissa incidens- och ordningsaxiom. Kap. 2 inledes med en kort presentation av grupper och avbildningar, varefter »direkta rörelser» och axiom för dessa införes. Dessa har valts så, att bl. a. rätvinklighet lätt kan definieras (kap. 3). Härefter behandlas translation, parallellitet och parallellaxiomet (kap. 4). Sedan kontinuitetsaxiomen införts, definieras mått, koordinatsystem och skalärprodukt (kap. 5 och 6) och isomorfin med den analytiska geometrin är härmed klar. I appendix behandlas bl. a. orientering av linje, plan och rum.

Av läsaren kräves formellt kännedom endast om irrationaltalsteori.

Lennart Sandgren

H. A. Meyer, *Symposium on Monte Carlo Methods.* John Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1956. Pp. 382, $ 7.50.

För att lösa ett sannolikhetsproblem kan en statistiker gå tillväga på två sätt. Han kan med sannolikhetslagarnas hjälp söka utfundera en analytisk lösning. Om detta är besvärligt, kan han i stället imitera den sannolikhetsprocess han önskar studera genom att på lämpligt sätt slå tärning, snurra på en roulette eller ta ut tal ur en slumptalstabell ett tillräckligt antal gånger och därigenom skaffa sig en approximativ lösning.

På liknande sätt kan en matematiker ibland gå tillväga för att angripa rent matematiska problem, t. ex. för att lösa en komplicerad differentialekvation. Om han kan leta rätt på en sannolikhetsprocess så beskaffad, att någon därmed sammanhängande storhet satisfierar ekvationen, är han i samma båt som statistikern och kan genom empiriskt studium av processen få en ungefärlig lösning på problemet.

För de experimentella förfaringssätt som här antytts har man i USA infört det gemensamma namnet Monte Carlo-metoder. Detta suggestiva namn bör inte förleda någon att tro, att grundtankarna är lika nya som namnet; många statistiska fördelningsproblem har tidigare angripits empiriskt. Mycket har emellertid hänt på området på senare år, främst genom insatser av amerikanska matematiker som von Neumann, Ulam, m. fl. Tillkomsten av de moderna matematikmaskinerna har i hög grad stimulerat intresset för Monte Carlometoderna, eftersom man med deras hjälp snabbt kan utföra ett stort antal försök och därigenom bekvämt få önskad noggrannhet i slutresultatet.

Föreliggande bok är det första mera omfattande arbetet om Monte Carlo-tekniken. I denna återges ett tjugutal föredrag hållna 1954 vid ett symposium vid Florida-universitetet. Några av uppsatserna, t. ex. de av Marshall, Taussky & Todd och Kahn, ger goda och lättlästa översikter över de grundläggande frågorna, medan huvudparten behandlar antingen teoretiska specialfrågor eller tillämpningar, de sistnämnda huvudsakligen hämtade från kärnfysiken. Att det är en stor konst att välja en Monte Carlo-metod som snabbt ger tillräcklig noggrannhet demonstreras i två svårlästa men givande uppsatser av Princeton-statistikern Tukey med medarbetare. Sålunda visas bl. a. att det för beräkning av en viss komplicerad integral, som uppträder i ett statistiskt fördelningsproblem, kräves 5 miljoner(!) gånger mindre försök, om man begagnar författarnas metod, än om man väljer den Monte Carlo-metod som ligger närmast till hands.

Ur det brokiga innehållet kan både matematiker, statistiker, fysiker och andra vaska fram åtskilligt av intresse. Samtliga läsare bör dock observera, att flertalet föredragshållare vid symposiet haft elektronmaskiner inom bekvämt räckhåll och att detta satt sin prägel på boken. För att Monte Carlo-idéerna skall vinna den spridning de förtjänar erfordras att större uppmärksamhet ägnas åt »Poor man's Monte Carlo», dvs. den teknik som förutsätter penna och papper och en slumptalstabell som enda hjälpmedel. Överhuvudtaget är det i litteraturen ont om enkla praktiska exempel, och det vore välkommet med ett kompletterande arbete som avhjälpte denna brist.

Boken avslutas med en värdefull litteraturförteckning, delvis med sammanfattningar, omfattande ett par hundra äldre och nyare uppsatser. *Gunnar Blom*

D. D. McCracken, *Digital Computer Programming.* John Wiley & Sons, New York 1957, Pp. 253, $ 7.75.

Föreliggande bok behandlar ett aktuellt ämne, som har expanderat kraftigt under de senaste åren, nämligen programmering och kodning för matematikmaskiner. Författaren har försökt att klargöra de allmänna principerna för hur matematikmaskiner användas genom att i detalj förklara, hur man arbetar med en hypotetisk matematikmaskin. Denna matematikmaskin kallas TYDAC, som är en förkortning för TYpical Digital Automatic Computer. Efter att ha läst endast förordet, tvivlar man kanske på, att behandlingen av denna hypotetiska matematikmaskin kan ge läsaren något av intresse. Det visade sig emellertid snart vid läsningen av boken, att det är förvånansvärt mycket, som är gemensamt för olika matematikmaskiner. Detta gäller naturligt nog för de stora linjerna, såsom uppgörande av flödesdiagram, varvräkning i koder och automatisk kodning, men

även för åtskilliga detaljer, t. ex. räkning med dubbel precision eller räkning med komplexa tal. Enligt anmälarens åsikt borde för övrigt TYDAC ha kallats IDAC (Ideal Digital Automatic Computer), ty författaren har försett sin hypotetiska maskin med åtskilliga finesser, som göra kodningen enkel och elegant. Möjligen ligger häri den baktanken, att alla matematikmaskinstekniker, som råka läsa boken, måste tycka, att just deras maskin är klumpig och onödigt komplicerad att använda. Som följd av detta kanske en del tekniker förbättra sina maskiner, så att de bli mera lättkodade. Det ofta svårbemästrade problemet med in- och utmatning blir något styvmoderligt behandlat i boken på grund av TYDACs förnämliga egenskaper. I rättvisans namn skall det dock sägas, att en del hjälpmedel, t. ex. inbyggd flytande räkning och indexregister, ej förutsättas i vissa specialkapitel. Dessa äro närmast avsedda för dem, som ej ha tillgång till en matematikmaskin med denna utrustning.

Helhetsomdömet om boken måste bli, att denna allmänt hållna handbok i programmering och kodning för matematikmaskiner är ovanligt trevlig att läsa och innehåller många lärorika synpunkter och exempel. Särskilt nybörjaren i kodning bör ha god nytta av boken, som enligt förlagsreklamen är »den första i sitt slag». Anmälaren rekommenderar boken på det varmaste. *Hans Riesel*

J. Bass, *Cours de mathématiques*. Masson & Cie, Paris 1956, 916 p., broché 7800 fr., cartonné toile 8500 fr.

Detta arbete har vuxit fram under författarens lärarverksamhet och framställningarna däri ha prövats av honom under flera år, bl. a. vid École des Mines och École de l'Aéronautique i Paris. I ett företal till boken av professor Darmois påpekar denne, att matematikens olika grenar aldrig förut funnit så omfattande och fruktbara tillämpningar inom de fysikaliska och tekniska områdena som i våra dagar. Samtidigt med denna vidgning av tillämpningsområdena försiggår inom matematiken en unifiering av dess olika grenar omkring stora och enkla principer och författaren har just ställt som sin uppgift att ge teknikern både de matematiska hjälpmedlen och en förberedelse för fortsatta studier inom modern matematik.

Arbetet är ej avsett att vara en kurs i »differential- och integralkalkyl», ehuru det såsom en utmärkt handbok innefattar en dylik kurs. Författaren vänder sig till dem, som redan inhämtat den högre matematikens elementer och fått en viss grad av matematisk skolning. Han har därigenom kunnat komprimera innehållet och ge det en mycket koncis form. Trots detta verkar boken mycket lättläst genom sin klarhet och överskådliga disposition. Talrika figurer och genomräknade exempel finnas. Dessa exempel äro mycket ofta hämtade

från tillämpningsområden. Ehuru framställningarna icke beskäras med sikte på tillämpningar, kunde man säga att boken närmast är en inledning till den matematiska fysikens metoder. Satserna äro i regel fullständigt bevisade. Endast i få fall har bevis utelämnats, nämligen då ett sådant skulle bli alltför komplicerat och dessutom ej är väsentligt för förståelsen av satsens innebörd.

Boken är indelad i åtta större avsnitt och två mindre tilläggsavsnitt. I slutet av varje avsnitt finnas talrika övningsexempel, genomgående instruktiva, intressanta och i sig själva värdefulla; dessutom bibliografi. För att antyda innehållet vill jag här blott ge rubrikerna till avsnitten: lineär algebra (matriser, vektor- och tensoralgebra); enkelintegraler (med ett kapitel om numerisk beräkning av integraler och serier); funktioner definierade genom serier och integraler; rymdkurvor och kurvintegraler (med ett kapitel om integrafer och harmoniska analysatorer); ytteori (med de klassiska integralsatserna); analytiska funktioner; differentialekvationer; partiella differentialekvationer av första och andra ordningen jämte potentialteori; variationskalkyl; nomografi. Boken avslutas med en formelsamling över serier och integraler, en allmän bibliografi samt en detaljerad alfabetisk innehållsförteckning.

Fourierserier äro särskilt ingående behandlade, dock med de inskränkningar som utelämnandet av det Lebesgueska integralbegreppet för med sig. Av utelämnade teorier tänker man väl för övrigt närmast på integralekvationer. Även elliptiska funktioner saknas. *V. Stenström*

R. C. Archibald, *Outline of the History of Mathematics*, Supplement to »the American Mathematical Monthly», vol. 56 (1949), Pp. 114, $ 1.

»An attempt is here made to give indications of the development of mathematics before the nineteenth century, and to refer briefly to some developments of the nineteenth and twentieth centuries in connection with topics usually discussed at undergraduate colleges». Att författaren lyckats väl genomföra detta sitt program bevisas av den popularitet hans arbete vunnit i Amerika där detsamma överlåtits till the Mathematical Association of America och i sin 6:e upplaga utgör nummer 2 i dess Slaughtserie.

Först karakteriseras i en synopsis de olika skedena genom en uppräkning i kronologisk följd av därunder verksamma matematiker (jämte några av deras rön) eller av sådana »topics» som under epoken ifråga upptagits till studium eller där viktiga framsteg äro att anteckna. Så under »1600-talet» t. ex. René Descartes (1637): Analytic geometry, equations, $F+V=E+2$, folium, ovals eller under »1800-talet och senare» Victor Poncelet (1830) och Jacob Steiner (1840): Projective and modern geometry. Därpå huvudtexten (50 sidor), som

utförligast behandlar den antika matematiken (O. E. Neugebauer har ställt sin eminenta sakkunskap till sin »väns och kollegas» förfogande). Sedan följa ca 50 sidor (med mindre stil) innehållande 314 »notes» av vilka somliga äro små uppsatser, rikt försedda med detaljerade litteraturuppgifter. Sist kommer ett namnregister med hänvisningar till text och notiser.

Boken innehåller mycket mer än dess blygsamma titel och omfång låta förmoda. Den rekommenderas varmt till studium i vårt land.

Josef Andersson

Jos. E. Hofmann, *Geschichte der Mathematik.* Zweiter Teil. (Sammlung Göschen Bd. 875), Walter de Gruyter, Berlin 1957, 109 S., DM 2.40. Dritter Teil (S. G. Bd. 882), Berlin 1957, 107 S., DM 2.40.

Det första av dessa band behandlar ungefärligen tiden 1625—1695, det senare fortsätter fram till 1790. Deras innehåll karakteriseras av förf. som barockens och upplysningstidens matematik. Man förstår vilka stora namn denna epok har att uppvisa. Till de västerländska stjärnorna kunna fogas några från fjärran östern, där en egenartad matematik blomstrade ung. 1650—1770 i Japan.

Förväntningarna från band 1 (Elementa *37*, 1954, 193) infrias till fullo. De bibliografiska upplysningarna få ökad vikt, när det gäller att finna sig till rätta i de många tidskriftsserier i vilka akademier och sällskap i allt större antal började uppvisa resultaten av sin verksamhet. Tyvärr meddelas från förlaget att någon fortsättning utöver de tre band, som nu utkommit, för närvarande icke planeras (»vorläufiger Abschluss»). Vi få vara tacksamma för vad vi fått. Trots sin litenhet innehålla dessa böcker en oanad mängd fakta, framlagda av en författare som suveränt behärskar sitt ämne och besitter en enastående akribi.

Josef Andersson

Harry Lass, *Elements of Pure and Applied Mathematics.* McGraw-Hill Book Co., New York/Toronto/London, 1957, Pp. 492, 60s. net.

Det finnes en stor mängd matematiska textböcker tillägnade tekniker eller naturvetenskapsmän inom olika fackområden och innehållande en av bruksanvisning åtföljd matematisk verktygssats, som är ägnad att täcka de behov adressaten erfarenhetsmässigt brukar ställas inför. Författaren till det föreliggande arbetet har, vad målsättningen beträffar, en fot kvar i detta läger men har fattat sin uppgift på ett betydligt seriösare sätt än vad som är kutym inom branschen. Innehållsmässigt behandlar boken de flesta områden, som brukar finnas representerade i den ovannämnda bokfloran, och därutöver beröres några områden av mera avancerad karaktär, exempelvis gruppteori. Dessutom innehåller boken, egendomligt nog som slutkapitel, en väl-

skriven sammanfattande framställning av den elementära analysen, vari även ingår ett avsnitt om det reella talsystemets uppbyggnad. — Framställningssättet är som regel ledigt och elegant, och stringensen är förvånande med hänsyn till innehållets omfattning — kapitlet om differentialekvationer innefattar exempelvis bevis om lösningars existens. En viss uppmärksamhet fordras vid genomläsandet, särskilt som en del för kontinuiteten nödvändiga satser framställes i form av lösta eller olösta exempel i finstil.

Bokens innehåll är i sammanfattning följande. De inledande tre kapitlen behandlar determinanter, linjära ekvationssystem, matriser, vektor- och tensoranalys. Summakonventionen är konsekvent genomförd. Tensorkapitlet mynnar i en framställning av Lagranges, Hamiltons och Eulers rörelseekvationer i tensorform. Det följande kapitlet ägnas teorin för en funktion av en komplex variabel och innefattar exempelvis Schwartz-Christoffels transformation med tillämpning på ett elektrostatiskt problem. Kapitlet om differentialekvationer omfattar även ekvationer med komplexa variabler och en summarisk introduktion till partiella differentialekvationer. — Den hypergeometriska funktionen samt laguerre- och hermitepolynomen behandlas, och i ett efterföljande kapitel vidareutvecklas teorin för ortogonalpolynom. Ett exempel på ett approximativt lösningsförfarande vid icke-linjära ekvationer med fourierserier ingår, och fouriertransformen introduceras. Efterföljande kapitel inledes med en kortfattad behandling av stieltjesintegralen och på grundval härav definieras laplacetransformationen. De fördelar denna definition erbjuder, exempelvis för undvikande av den ofta använda men ofta förvillande diracfunktionen, påtalas dock icke här. Eftersom en av författarens målsättningar är att ge läsaren den matematiska grundvalen för förståelsen av den wienerska filter- och predikationsteorin synes detta utelämnande beklagligt. — En ytterligare del av det ovan nämnda programmet utgöres av en framställning av variationskalkylens elementa. — Ett särskilt kapitel har ägnats åt gruppteori och algebraiska ekvationer och ytterligare ett åt sannolikhetskalkyl och statistik, vari även Monte Carlo-metoden och spelteori beröres. Det tidigare nämnda slutkapitlet innefattar även en knapphändig framställning av numeriska metoder och avslutas med en kort introduktion av lebesgueintegralen. Den tillämpade metodiken möjliggör, att måttbegreppet ej behöver införas.

I sammanfattning synes boken äga åtskilliga förtjänster och torde kunna utgöra ett värdefullt stöd för exempelvis licentiander inom naturvetenskap och teknologi med behov av att konsolidera och utöka sitt matematiska vetande. *Nils Åslund*

E. Schrödinger, *Expanding Universes.* Cambridge Univ. Press 1956, Pp. 92, 17s. 6d.

Denna bok innehåller inte, som man av titeln möjligen kunde frestas att tro, en populär översikt över nyare kosmologiska teorier utan ger en matematisk beskrivning av de olika tänkbara modellerna av den allmänna relativitetsteoriens universum. Särskild uppmärksamhet ägnas de Sitters materiefria värld, och förf. påvisar med åskådliga rymdgeometriska metoder en del egendomliga företeelser, som följer redan av mycket enkla och allmänna antaganden. Dessutom diskuteras vågors och vågpakets utbredning i ett expanderande universum.

C. V. Jonsson

Y. C. Fung, *An Introduction to the Theory of Aeroelasticity.* John Wiley & Sons, New York; Chapman & Hall, London, 1955, Pp 490, $ 10.50.

Aeroelasticiteten behandlar elastiska kroppars jämvikt och rörelse under aerodynamiska krafter. Hit hör så alldagliga fenomen som träds vajande i vinden och telefontrådars sjungande men framför allt en rad fenomen inom flygtekniken av stor praktisk betydelse. Luftkrafterna på en vinge ökar kraftigt med flyghastigheten, en hastighet som endast kan uppnås genom att göra vingen tunn, alltså elastiskt vek. Med ökande flyghastigheter har därför de aeroelastiska problemen blivit alltmera svårbemästrade och givit upphov till en mångskiftande och rikt utvecklad teknisk vetenskap. Man har där å ena sidan frågan om strukturens stabilitet, då den utsättes för en av strukturdeformationen beroende luftkraft. En flygplanvinge, felaktigt utformad, kan fladdra som en flagga med katastrofalt brott som följd. Å andra sidan: en flygplanvinge, korrekt utformad, deformeras i alla fall märkbart under last, vilket kan påverka flygplanets hållfasthet, stabilitet och styrbarhet.

Det är således naturligt, att föreliggande bok i första hand riktar sig till flygtekniker; den bygger i själva verket på föreläsningar för 'graduate students' inom flygtekniska fackavdelningen vid California Institute of Technology. Författaren försummar visserligen inte att beröra väsentliga icke-flygtekniska problem såsom hängbroars och fabriksskorstenars aeroelastiska stabilitet, men den alldeles övervägande delen av utrymmet ägnas åt den aeroelastiska teorien för tunna vingar. Icke desto mindre bör stora delar av boken med behållning kunna läsas utanför flygteknikernas led som en orientering om ett av den klassiska kontinuummekanikens vackraste tillämpningsområden. Detta underlättas av att framställningen lägger tonvikten på fundamentala problem och metoder snarare än på de praktiska tillämpningarna.

Sune Berndt

H. W. Liepmann/A. Roshko, *Elements of Gasdynamics.* J. Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1957, Pp. 439, $ 11.00.

Föreliggande bok är avsedd att ersätta en välkänd lärobok i teoretisk aerodynamik av Liepmann och Puckett vid California Institute of Technology, publicerad 1947 och redan sedan länge omodern. Den nya versionen har kvar den gamlas allmänna uppläggning och pedagogiska kvaliteter men måste icke desto mindre betraktas som en helt ny bok. Svårighetsgraden har ökats något och ligger nu definitivt på »graduate level». Urvalet av material är mera medvetet inriktat på att tjäna som underlag för flygtekniska problemställningar inom den teoretiska aerodynamiken. Utrymmet för underljudströmning har emellertid minskats, och det förefaller tvivelaktigt om en kurs i enbart inkompressibel strömning ger tillräckliga förkunskaper för att studenten skall få en tillfredsställande underbyggnad på nämnda delområde. Vidare kan man anmärka på att framställningen av teorien för transonisk strömning, ehuru väsentligt utvidgad och moderniserad, fortfarande inskränker sig till plan strömning (dessutom nästan enbart till vid California Institute of Technology utförda arbeten), vilket ur flygteknisk synpunkt är en inskränkning av fundamental betydelse. Varken sådana brister eller ett mindre antal tryckfel, oklarheter och misstag kan emellertid väsentligt minska det pedagogiska värdet hos den synnerligen väl genomarbetade läroboken. I sistnämnda avseende förtjänar slutkapitlet att särskilt nämnas: det ger en mästerlig introduktion till för gasdynamiken fundamentala begrepp inom den kinetiska gasteorien. *Sune Berndt*

G. N. Patterson, *Molecular Flow of Gases.* J. Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1956, Pp. 217, $ 7.50.

I samband med den nuvarande utvecklingen inom flygtekniken mot allt högre hastigheter och höjder har det visat sig att man inte längre kan bygga de aerodynamiska teorierna på de klassiska hydromekaniska ekvationerna utan måste använda ekvationer som grundats på den kinetiska gasteorien. Så uppkommer t. ex. vid flygning med mycket höga hastigheter olika typer av shock-vågor som man ofta kan förstå endast genom att gå in på de molekylära förloppen i luften. Likaså uppträder vid flygning på extremt höga höjder olika fenomen som beror på att den fria medelvåglängden för molekylerna inte längre är försumbar jämförd med flygfarkostens dimensioner. När man kommer upp på flera hundra kilometers höjd, vilket kommer att bli aktuellt i de s. k. satellit-projekten, finner man att luften helt ändrar sin dynamik och verkar som en ren »molekylskur».

Dessa förhållanden har återspeglats i den aerodynamiska tidskrifts-

litteraturen, som under senare år uppvisat ett relativt sett ökat antal artiklar om »molekylär aerodynamik». Föreliggande bok av Dr Patterson från Toronto-universitetet, är den första sammanställningen av vad som gjorts på området ifråga.

Boken, som enligt uppgift närmast är avsedd som hjälp i undervisningen, innehåller härledningar av de gas-kinetiska fundamenten, teorien för isentropa och icke-isentropa molekylärströmningar, och teorien för fenomen i mycket tunna gaser. I ett appendix ges en kortfattad diskussion av partiella differentialekvationer med karakteristikmetoden. Boken är säkerligen av stort värde för dem som arbetar inom detta område, och den innehåller också en stor mängd referenser. Möjligen kan man anmärka på att författaren försökt pressa in för mycket stoff på de 200 sidor boken omfattar; detta har bl. a. lett till att många härledningar måst kortas ned mycket. Det finns även en del rena logiska och matematiska brister i härledningar. Detta är emellertid endast smärre anmärkningar som inte får undanskymma bokens uppenbara förtjänster. *Pierre Welander*

J. C. Jaeger, *Elasticity, Fracture and Flow.* Methuen & Co. Ltd, London 1956. Pp. 152, 10s. 6d. net.

Denna lilla bok utgör ett nytillskott till serien Methuen's Monographs on Physical Subjects, som nu omfattar nära 60 nummer.

Första kapitlet behandlar spännings- och töjningsanalys, varvid även några sidor ägnas åt ändliga deformationer, vilket är av värde vid studium av flytning och brott. I andra kapitlet studeras isotropa och anisotropa elastiska, linjärt viskösa och idealt plastiska material, samt några enkla reologiska modeller. Förutom grundsambanden mellan spänning och töjning resp. töjningshastighet diskuteras här olika brotthypoteser för dessa materialtyper, med tillämpningar speciellt på brottyper i jordskorpan. De allmänna rörelseekvationerna och jämviktsekvationerna meddelas i sista kapitlet och här studeras bl. a. vågrörelse med tillämpning på seismisk prospektering.

Inom det begränsade utrymmet har framställningen måst bli bitvis mycket kortfattad, och framför allt saknar man kritiska jämförelser mellan teoretiska och experimentella resultat. För t. ex. en blivande geofysiker bör dock boken vara en intressant introduktion till studiet av jordskorpans mekaniska egenskaper. *Jan Hult*

Hilding Faxén, *Mekanik, Dynamik I,* 2 uppl. AB Seelig & C:o, Stockholm 1957, 224 s., kr. 17: —.

Den nu föreliggande andra upplagan av Dynamik I i professor Faxéns Mekanik utgör en grundlig omarbetning och utvidgning av första upplagan. Sidantalet har ökats från 110 till 224. Ungefär en

tredjedel av denna utökning beror på införandet av nya avsnitt om rymdkurvors krökning och torsion och om stela kroppars kinematik som förberedelse till stela kroppars mekanik. Den återstående delen av utökningen består dels i en utförligare behandling av vissa avsnitt som t. ex. friktion och fysikalisk likformighet, och dels i en väsentlig utökning av antalet problem, av vilka den nya upplagan innehåller över 300.

Boken är disponerad på följande sätt: Partikelns rätlinjiga rörelse (71 s.); Likformighet hos fysikaliska förlopp etc. (19 s.); Partikelns kroklinjiga rörelse (58 s.); Stela kroppars kinematik (36 s.); Tillägg, lösningar och svar till problemen samt register (40 s.).

Beträffande allmänna synpunkter på läroboken hänvisas till anmälningarna av Statik (Elementa 1955 s. 55) och Dynamik II (Elementa 1950 s. 53). En speciell nyhet i föreliggande del är att författaren låter bokstavssymbolerna betyda fysikaliska storheter, dvs. ett mätetal gånger en enhet, varigenom uppnås, att formlerna blir giltiga, vilket måttsystem man än använder.

Denna omarbetade del präglas liksom sina föregångare av författarens grundlighet och noggrannhet. Det är särskilt glädjande, att exempelsamlingen fått samma omfång som i övriga delar, så att alla intresserade nu kan dra full nytta av författarens stora erfarenhet i att sammanställa mekanikproblem. *Stig Hjalmars*

Surveys in Mechanics. The G. J. Taylor 70th anniversary volume. Edited by G. K. Batchelor and R. M. Davies. Cambridge University Press, Cambridge 1956, Pp. 475, 50s. net.

Boken har, som framgår av titeln, utgivits med anledning av G. J. Taylors 70-årsdag. Den består av en rad uppsatser, vilka behandlar några av de områden, där G. J. Taylor varit verksam.

Innehåll: En kort biografi (R. V. Southwell), Plastisk deformation av metaller (R. Hill), Dislokationsteori (N. F. Mott), Tryckvågor i fasta kroppar (R. M. Davies), Roterande vätskor (H. B. Squire), Droppar och bubblor (W. R. Lane och H. L. Green), Vindalstrade vågor (F. Ursell), Viskösa effekter i ljudvågor med ändlig amplitud (M. J. Lighthill), Turbulent diffusion (G. K. Batchelor och A. A. Townsend), Atmosfärisk turbulens (T. H. Ellison), Segelfartygens mekanik (K. S. M. Davidson).

Ämnesvalet är gjort med tanke på de problemställningar, som för närvarande är aktuella. I de olika uppsatserna har framställningen koncentrerats till de senaste forskningsresultaten. Utförliga litteraturhänvisningar finns till samtliga avsnitt.

Balansgången mellan kraven på kompakt och tydlig framställning har som regel genomförts med stor framgång. Några empiriska form-

ler, t. ex. formel (18) och (20) sid. 183, hade dock kunnat utelämnas. Som nu är fallet presenteras de så knapphändigt, att de ej kan användas. Stoffurvalet har i vissa fall förskjutits, så att tonvikten lagts på Taylor närstående forskare, något som dock är mycket naturligt med tanke på bokens syfte.

Uppsatserna är genomgående väldisponerade och välskrivna. Monografin lyckas utmärkt med sin uppgift att ge en överblick av nyare resultat inom områden, som ligger vid sidan om läsarens specialgebit.

Jag vill slutligen ge en eloge åt den biografi, som inleder boken. På ett synnerligen elegant sätt interfolieras där rent biografiska data med en mängd anekdoter, vilket i hög grad bidrager till att ge en levande bild av G. J. Taylor. *Karl-Johan Åström*

E. W. Elcock, *Order-Disorder Phenomena.* Methuen's Monographs on Physical Subjects, London 1956, Pp. 166, 11s. 6d.

Jämviktsfenomenen vid ordningsomvandlingar (kända sedan ca 30 år tillbaka) behandlas i denna Methuen-monografi. Större delen av boken behandlar teorierna för ordningsomvandlingar, men även experimentella resultat är väl tillgodosedda trots den korta framställningen.

Släktskapen mellan ordningsomvandlingar och magnetiska omvandlingar (ferro- och antiferromagnetiska) har gjort det möjligt att i boken medtaga åtskilligt av intresse även om de senare. Sålunda beskrives metoden att med neutrondiffraktion fastlägga läge och riktning av magnetiska spinmomenten hos spontant magnetiserade material. Författaren synes ha lyckats bra med att (utan större luckor) få med det väsentligaste om det behandlade temat. Boken innehåller 43 diagram. Antalet referenser är relativt litet. Hänvisning göres i stället till inom litteraturen förefintliga översiktsartiklar på området. *J. O. Linde*

Charles Kittel, *Introduction to Solid State Physics.* Second Edition. John Wiley and Sons, New York/Chapman and Hall, London, 1956, Pp. xvii+617, $ 12.00.

Den nya upplagan av föreliggande bok har utökats med ca 200 sidor i förhållande till den första (recenserad i Elementa *37* 1954: 1). Cirka hälften av ökningen härrör av utförligare förklaringar till vissa grundläggande begrepp såsom kristallsymmetri och energiband, medan andra hälften gäller utökat material framför allt rörande legeringar, halvledare, fotokonduktivitet, luminiscens och kristalldefekter. Boken är i första hand avsedd som inledande lärobok i fasta tillståndets fysik vid högskolor men kan rekommenderas till alla som ha intresse för denna aktuella vetenskapsgren. *J. O. Linde*

Reports on Progress in Physics. The Physical Society, London. Vol. XVIII (1955), Pp. IV+477. Vol. XIX (1956), Pp. IV+367. Per vol. 50s. Särtryck à 6—9s.

Year Book of the Physical Society 1955, Pp. VII+92. *D:o 1956,* Pp. X+76. Per vol. 10s.

Adekvat recension av föreliggande, extremt värdefulla volymer av Progress skulle kräva ett team av recensenter, betydligt mer kvalificerade än anmälaren, och ett utrymme som Elementa inte har råd med. Emellertid torde efterföljande uppräkning av monografititlarna reta aptiten tillräckligt. Förf. anges inom parentes.

Vol. XVIII. *The Displacement of Atoms in Solids by Radiation* (G. H. Kinchin och R. S. Pease, Atomic Energy Research Establishment, Harwell). *Ionization by Relativistic Particles* (B. T. Price, AERE, Harwell). *Methods of Measuring Strong Magnetic Fields* (J. L. Symonds, University of Birmingham). *Theory of Radiation* (J. C. Gunn, University of Glasgow). *Magnetostriction and Magnetomechanical Effects* (E. W. Lee, The University, Nottingham). *Electrostriction* (H. F. Kay, H. H. Wills Physical Laboratory, Bristol). *Magnetic Cooling* (E. Ambler och R. P. Hudson, Cryogenic Physics Laboratory, National Bureau of Standards, Washington). *Paramagnetic Resonance II* (K. D. Bowers och J. Owen, Clarendon Laboratory, Oxford; komplement till uppsats av Bleaney och Stevens i vol. XVI). *The Ionization and Dissociation of Complex Molecules by Electron Impact* (J. D. Craggs och C. A. McDowell, University of Liverpool). *A Survey of Field Theory* (R. E. Peierls, P. T. Matthews, G. Feldman, University of Birmingham; A. Salam, St. John's College, Cambridge).

Vol. XIX. *The Kinetic Theory of Monatomic Liquids at Ordinary Temperatures* (G. H. A. Cole, University College, London). *The Proton Synchrotron* (J. P. Blewett, Brookhaven National Laboratory, USA). *Radioactive Methods for Determining Geological Age* (L. H. Ahrens, Department of Geology and Mineralogy, Oxford). *Infra-red Absorption in Semiconductors* (H. Y. Fan, Purdue University, USA). *Aero-thermoacoustics* (*The Generation of Sound by Turbulence and by Heat Processes*) (O. K. Mawardi, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass.). *Some Aspects of Diffraction Theory and their Application to the Ionosphere* (J. A. Ratcliffe, Cavendish Laboratory, Cambridge). *Some Topics in Neutron Diffusion Theory* (J. H. Tait, AERE, Harwell). *New Lens Systems* (C. G. Wynne, Wray Ltd., Bromley). *The Macroscopic Theory of Irreversibility* (R. O. Davies, Queen Mary College, London).

I årsboken, som Physical Society ger ut från och med 1955, publiceras (förutom administrativa uppgifter) föreläsningar av översiktlig,

tillbakablickande och programmatisk karaktär som hållits inför samfundet av dess ordföranden och dess mottagare av utmärkelser och belöningar samt vidare dödsrunor över bortgångna, mera prominenta in- och utländska ledamöter. Flera av föreläsningarna och nekrologerna ha stort värde även från lärdomshistorisk och allmänt kulturell synpunkt. Årsböckerna anbefallas livligt alla de fysikintresserade som inte ha tillgång till Proceedings of the Physical Society, vari de flesta av årsböckernas artiklar även äro tryckta. *Torsten Jönsson*

Statens Naturvetenskapliga Forskningsråds Årsbok. Nionde årg. 1955. Stockholm 1956, 382 sid., kr. 15: —. Distr.: AB Nordiska Bokhandeln, Stockholm. — Årsboken kan erhållas genom bokhandeln eller rekvireras direkt från Statens naturvetenskapliga forskningsråd, Bromma, lämpligen genom inbetalning av 15 kr. på rådets postgirokonto 18 36 96.

Föreliggande årgång av naturvetenskapliga forskningsrådets årsbok är i jämförelse med närmast föregående (Elementa *39*, 64, 1956) starkt utökad.

Ett nytt uppslag, särdeles välkommet, framträder i det ytterst värdefulla och förnämligt redigerade kapitel på 174 sidor som behandlar aktuella utvecklingslinjer inom naturvetenskapen. Denna översikt är veterligen utan motstycke i världslitteraturen.

Bland det rika innehållet i övrigt märks en artikel av professor Torsten Gustafson om forskning och undervisning i Ryssland inom fysiken, baserad dels på egna iakttagelser och dels på amerikanska rapporter. Den väldiga effektiviteten i rysk forskning och teknik och i rysk naturvetenskaplig och teknisk utbildning har ju de sista åren diskuterats mycket i den västra världen; i USA framföddes t. o. m. en liten panikunge. Professor Gustafson menar, att av erfarenheterna från Sovjetunionen framgår, att vi måste dra vittgående slutsatser vad vårt eget land beträffar. »Utbildningen av barnen och ungdomen och stödet av naturvetenskaplig och teknisk forskning blir vårt lands främsta investeringsuppgift». — — — »Våra möjligheter i framtiden att tillgodose våra önskemål, mätta för ungdomen i deras löner, för de äldre i deras pensioner, avgöras av vår förmåga att hävda en konkurrenskraftig teknik» (denna förmåga avgör också våra möjligheter att undslippa utplåning, skulle man kunna tillägga). — Man vill emellertid hoppas, att de som besluta om »investeringar» kunna bringas att behjärta den nämnda uppgiften utan att, som man gör i Ryssland, betrakta utbildning och forskning som instrument för statens maktutövning och att inse behovet av »nya skolor, bättre utrustning, mindre klasser, stipendier till huvudparten av de studerande» utan att anlägga den ryska effektivitetssynen. Mindre klasser t. ex. är ett önskemål inte bara ur effektivitetssynpunkt utan också

som en förutsättning för att kultiverat umgänge mellan lärare och klass över huvud skall vara möjligt. Vår studerande ungdom, våra lärare och forskare böra ges möjligheter att arbeta under trivsamma, trygga och inspirerande förhållanden (då får man effektiviteten på köpet) men böra under inga förhållanden kanaliseras in i den sortens »effektiva» system som innebära kränkning av individens värdighet och självständighet. Man skulle önska, att pågående engelska och amerikanska diskussioner och utredningar rörande dessa frågor bleve mera uppmärksammade i vårt land; vad speciellt den lägre fysikundervisningen beträffar bedrives f. n. under ledning av professor Jerrold Zacharias vid MIT ett omfattande utredningsarbete som man har anledning att vänta sig mycket av.

Till slut må förelöpande nämnas, att naturvetenskapliga forskningsrådet påbörjat utgivningen av en årsboken supplerande serie. Som Supplement nr 1 har utkommit *Kärn- och elektronspinresonans* av Kai Siegbahn och Åke Nilsson (69 sid., Stockholm 1957), till vilken monografi anmälaren återkommer. Skriften kostar 5 kr. separat och 2 kr. vid samtidig rekvisition av nästkommande årsbok (tionde årg. 1956, pris 18 kr.). *Torsten Jönsson*

Laura Fermi, *Atoms for the World: United States Participation in the Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy.* The University of Chicago Press, Chicago 1957, Pp. xii+227, $ 3.75.

J. G. Crowther, *Nuclear Energy in Industry.* George Newnes, London 1956, Pp. viii+ 168, 17s. 6d. net.

Dessa bägge böcker ha förts tillsammans här endast av det skälet att bägge återspegla den optimism som initierades genom Genèvekonferensen den 8 till 20 augusti 1955 och som, trots vad härefter timat, ännu inte har ebbat ut fullständigt; en andra liknande konferens avses skola äga rum den 1 till 13 september 1958.

Laura Fermi deltog i konferensen i egenskap av »historian for the United States delegation». Hennes charmerande reportage är lika omöjligt att adekvat recensera som hennes tidigare bok *Atoms in the Family* (Elementa *38*, 277, 1955). Hennes sätt att skriva är absolut unikt, och även för den här uppgiften har hon självfallet ägt förutsättningar som ingen annan.

Crowther bevistade Genèvekonferensen på uppdrag av bokförlaget George Newnes. Han berättar med hjälp av många bilder och en myckenhet sifferuppgifter om kärnfysikens bekantgjorda industriella tillämpningar och om vad som närmast är att vänta; han vill därmed hjälpa till rätta lekmannen, som sköter sin dagliga syssla, »while the first rays of an unimaginably brilliant future rise above the horizon». Crowther är en utomordentligt skicklig populärskribent, känd främst

genom sin en gång i tiden mycket lästa bok *Science at War*, utarbetad tillsammans med professor R. Whiddington (His Majesty's Stationery Office, London 1947).

1955 års optimism förefaller nu överdriven. Men man vill ändå hoppas, att Crowthers förutsägelse skall slå in: »our struggles with material and economic shortages will seem to the people of the future as crude and pitiful as the stocks and stones of the people of the Old Stone Age seem to us». För att så oundvikligen skall ske krävs ju av folken inte mer än att vara sams. *Torsten Jönsson*

Niels Arley/Helge Skov, *Atomenergiens udnyttelse. En introduktion til atomalderens tekniske, medicinske og biologiske problemer.* Scandinavian University Books. Gyldendal, København 1957, 99 sid., kr. 8:—.

»Formålet med denne lille bog er, — — —, (1) åbent at oplyse vore medborgere om, hvad verdens samlede videnskab indtil dato har lært om atomalderens problemer, og (2) at give dem den oplysning, som det er forskernes sociale og moraliske pligt at stille til borgernes og myndighedernes rådighed for at hjælpe dem til mest rationelt og objektivt at træffe de nødvendige offentlige afgørelser vedrørende atomenergien, som også vort land stilles overfor i stigende grad.» (Citat ur förordet.)

Den lilla, högt syftande men ganska elementära boken lämpar sig för bl. a. elever i högre läroverk. Framställningen är god populärvetenskap, särskilt de fysikaliska och tekniska avsnitten. Författarnas syn på de med atomenergidrift förknippade biologiska riskerna är särdeles dyster; atomkraftverk anses vara allt för riskabla anläggningar att ha i tättbefolkade länder, varför eventuella danska atomkraftverk förmodas bli placerade i Skåne och södra Norge.

Torsten Jönsson

Reactors, Progress in Nuclear Energy Series II, Vol. 1. Editors: R. A. Charpie, D. J. Hughes, D. J. Littler, M. Trocheres. Pergamon Press, London/New York, 1956. Pp. 492, £ 5 net.

Vid Genèvekonferensen i augusti 1955 om atomenergins fredliga användning offentliggjordes en stor mängd teknisk och vetenskaplig information om reaktorer och reaktorteknik. En sammanfattning och kritisk granskning av detta material har framstått som en synnerligen angelägen uppgift, och föreliggande arbete avser att fylla detta behov. Volymen är den första som behandlar reaktorer i en brett upplagd översiktsserie om olika aspekter av atomenergin.

I en serie artiklar av välkända auktoriteter inom reaktortekniken beskrivs forskningsreaktorer, reaktorexperiment och prototyper för

kraftproducerande reaktorer i USA, USSR, Canada, England och övriga europeiska länder. Huvudvikten är lagd på teknisk beskrivning av reaktorernas konstruktion och verkningssätt. Grundläggande fysikaliska och kemiska problem liksom ekonomiska aspekter berörs även, men dessa frågor behandlas utförligare i separata volymer i ovannämnda översiktsserie. Framställningen avslutas med en katalog över alla deklassificerade, existerande och projekterade reaktorer per den 15 april 1956, med uppgift om förläggning, startdatum och viktigare tekniska data.

De flesta artiklarna om kraftproducerande reaktorer återger mer eller mindre direkt innehållet i föredrag, som hölls vid Genèvekonferensen. Man saknar i detta sammanhang en kritisk jämförelse mellan olika reaktortyper; en sådan skulle varit av mycket stor betydelse för reaktorkonstruktörerna i länder, där man ej hunnit så långt på området som stormakterna. Artiklarna om forskningsreaktorer bygger också på Genève-föredrag, men stoffet är bearbetat och sammanställt så att läsaren får dels en klar översikt över olika typer, dels en detaljerad beskrivning av varje reaktors konstruktion.

Framställningen är genomgående av hög teknisk kvalitet och ger på ett utmärkt sätt vittnesbörd om den avancerade teknik och de svårigheter och problem, som är karakteristiska för utvecklingsarbete på reaktorområdet. För reaktorteknikern är boken en oumbärlig informationskälla, men även för t. ex. forskare, som vill utnyttja eller få en uppfattning om reaktorer som forskningsinstrument, torde boken ha mycket att ge. *Bengt Pershagen*

E. N. da C. Andrade, *An Approach to Modern Physics.* G. Bell and Sons, London 1956, Pp. 232, 25 s. net.

Förf. tillhör den generation av fysiker, som fått uppleva den moderna fysikens utveckling, alltifrån de dagar då Lord Kelvin ännu föreläste om eterbegreppets nödvändighet. Han ger i sin bok en livfull skildring av denna utveckling, vars olika skeden ofta aktualiseras med hjälp av personhistoriska notiser. Boken är en omarbetning av ett tidigare, år 1930 utgivet arbete, The Mechanism of Nature och innehåller i stort sett två huvuddelar, klassisk och modern fysik.

De första kapitlen handlar om värme och energi, ljud och svängning, ljus och strålning samt elektricitetslära. Bland mycket annat behandlas här grundläggande och ännu föga uppklarade egenskaper hos fasta kroppar och vätskor. De senare kapitlen ägnas åt kvantteori, atomens struktur och elementomvandlingar.

I bokens inledning »What is physics» och avslutning »Uncertainty» framhålles bl. a. att den materialistiska livsuppfattningen icke finner

något stöd hos den moderna fysiken. Den holländske fysikern Kamerlingh Onnes lär ha sagt, att ovanför dörren till varje fysikaliskt laboratorium borde stå skrivet »Door meten tot weten». Detta motto har även förf. anammat, men han driver tesen väl långt, ty många av fysikens grundläggande experiment har direkt inspirerats av teori och begreppsbildning.

Förf. är en god pedagog. Beskrivningen av dualismen mellan partiklar och vågor, spektroskopi, kosmisk strålning, fussion, fission och framställningen av transurana element samt den fysikaliska grundforskningens stora betydelse för teknik, medicin och historisk datering är sakrik och inom givna gränser lättbegriplig. Följande avsnitt ur behandlingen av osäkerhetsprincipen är värt att citeras: »It is impossible for a headmaster to find out by direct observation how the boys behave normally, because the mere fact of his coming to look makes them behave abnormally».

Förf. säger att brittisk fysik utmärkes av »simple means, sound foundation and genius», men han borde ha tillagt, att dessa egenskaper även förekommer i andra länders fysikaliska forskning. Mer realistisk är upplysningen att tungt vatten år 1956 kostade omkring 45 gånger mer än whisky.

Rec. har haft mycket nytta och nöje av boken och är övertygad om att den är en tillgång för såväl lärare som intresserade elever.

Birger Grundström

Patrick Moore, *Strövtåg på månen.* Almqvist & Wiksell, Stockholm 1956, 185 s., kr. 18: 50.

Peter Naur/Bengt Strömgren, *Strövtåg i universum.* Almqvist & Wiksell, Stockholm 1956, 95 s., kr. 11: 50.

Sekreteraren i British Astronomical Associations månsektion, Patrick Moore, är en välkänd forskare av det slag, som har till hobby att vid sin kikare natt efter natt bedriva studier av formationer på månens yta. Hans bok »Guide to the Moon», som med förord av observator Åke Wallenquist föreligger i svensk översättning under titeln »Strövtåg på månen», vänder sig närmast till likasinnade och utgör genom sitt sakligt instruktiva och trevliga textinnehåll, sina kartor och listor på månobjekt m. m. en utmärkt handledning för en månforskare. Men även för den som inte själv skulle ha någon tanke på att rita månberg och kratrar vid kikaren eller delar Moores entusiasm för en resa i rymdskepp till denna vår närmaste granne i rymden är hans bok intressant att läsa, och det kan vara på tiden att en populär monografi av denna omfattning blivit tillgänglig på svenska. N. V. E. Nordenmarks »Månen vår grannvärld» är halvsekelgammal, och de kapitel om månen man finner i de flesta populära astronomiböcker

är alltför knapphändiga. Under den tid av något mer än ett år Moores bok redan förelegat i bokhandeln har det också visat sig, att den blivit uppskattad och kommer att vinna stor spridning.

De båda danskarna Peter Naur och Bengt Strömgren, den senare välkänd chef för Yerkes- och McDonald-observatorierna i U. S. A., har skrivit var sin hälft av den likaledes för något år sedan översatta »Strejftog i universum». Arbetet behandlar en rad av de senaste årens upptäckter rörande vår sols, vår vintergatas och det övriga universums byggnad och ålder och grundar sig främst på de resultat man kommit till tack vare 200-tumskikaren på Mt Palomar och radioastronomiska instrument. Ett viktigt resultat är den revidering av avstånden för galaxerna till det dubbla gentemot tidigare värden, som blev en följd av uppdelningen av den gamla cepheidrelationen i tvenne, gällande stjärnor av två olika grupper (population I och II), varigenom också vår egen vintergata berövats sin favoriserade plats som den största i universum. Som exempel på de resultat radioastronomerna kommit till i samarbete med astronomerna på Mt Palomar kan nämnas upptäckten av en kraftig radiokälla i Svanen, där jättekikaren avslöjade två avlägsna galaxer i kollision och med materien i våldsam rörelse.

Att det är två olika författare till denna bok märker man knappast. Det hela är av hög klass och bilderna, som i huvudsak är tagna med 200-tummaren, pampiga. Både detta och föregående arbete har på ett vårdat sätt översatts av Sten Söderberg. *Björn Svenonius*

L. Holland, *Vacuum Deposition of Thin Films,* Chapman & Hall Ltd., London 1956, Pp. 541, 70s. net.

Att belägga en yta, t. ex. en glasyta, med ett tunt metallskikt är ett ofta förekommande önskemål. Välkända metoder för metallutfällning äro följande.

Galvanisk utfällning på en yta, som gjorts ledande med hjälp av grafit; kemisk utfällning t. ex. av silver genom reduktion; termisk sönderdelning av en ånga, t. ex. en klorid eller karbonylförening; explosion av en metalltråd genom kraftig elektrisk urladdning; katodförstoftning av en metall genom glimljus-urladdning vid lågt tryck; avdunstning av ett ämne genom upphettning i vakuum.

En utförlig monografi inom hithörande område har hittills saknats. Recensenten har tidigare i livet stundom haft i uppdrag att hjälpa spektroskopister och andra med att belägga linser och andra ytor med speglande, ren metall. Det har varit önskvärt, att speglingen skulle ske på den yttre sidan av metallfilmen, och andra metaller än silver, t. ex. beryllium, vismut och krom, har varit aktuella. Hade före-

liggande bok existerat då, skulle mycket letande i litteratur varit överflödigt och många evakueringar och katodförstoftningar onödiga. Här finnes nu allt behövligt vetande i ärendet sammanfattat och man läser boken med glatt igenkännande och god förståelse. Boken är mycket speciell — men nyttig för envar, som behöver praktisk handledning inom området. Den enda anmärkning, som rec. skulle kunna framställa, är mycket subjektiv: Boken borde kommit ut för mera än 30 år sedan. I denna önskan skulle säkert alla astronomer, som arbetat med spegelteleskop, instämma. *J. Tandberg*

W. D. Robertson, *Stress Corrosion, Cracking and Embrittlement*, J. Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1956, Pp. 202, $ 7.50.

Boken har sammanställts efter ett symposium, hållet på inbjudan av Electrochemical Society i Boston, med 17 korrosionsforskare i samarbete, resulterande i 14 uppsatser. Utgivaren, W. D. Robertson, är professor i metallurgi vid Yale University.

Bland bidragsgivarna märkes engelsmannen U. R. Evans från Cambridge i England, som numera är korrosionsforskningens »grand old man». Han behandlar »The mechanism of chemical cracking» och förklarar hur en metall ibland snabbt kan falla sönder i samband med vätgasutveckling, när metallen angripes av en syra. Vätgas kan vandra in i metallen och rent mekaniskt spränga den i småbitar. Närvaron av cyanidjoner eller svavelväte påskyndar fenomenet, åtminstone när det gäller järn.

Liknande fenomen beskrives av skilda författare, som studerat metallerna aluminium, magnesium, zink och deras legeringar inbördes samt med koppar. Legeringarnas korngränser är ömtåliga ställen och av stor betydelse för korrosionens fortsatta förlopp. Kännedom om hithörande fenomen är av vikt för den som sysslar med svetsning och bearbetning av metaller. *J. Tandberg*

C. W. Smith, *Aircraft Gas Turbines*. Wiley, New York/Chapman & Hall, London, 1956, Pp. 448, $ 8.75.

Boken framställer de grundläggande principerna för gasturbinmotorer.

Efter inledande kapitel om principerna för reaktionsdrift samt om gasdynamik och strömning i kanaler, munstycken och diffusorer behandlas i skilda kapitel reamotorns olika delar. I ett intressant avsnitt behandlas dynamiska likformighetslagar samt presentation av provresultat; tyvärr har förf. inte gått in på likformighetslagarnas tillämpning på förbränningsproblem, en tillämpning av stort intresse för omskalning av förbränningssystem. Boken behandlar även regleringss-

problem och hjälporgan, hållfasthets- och materialfrågor, allmänna prestanda samt installationsproblem.

Sammanfattningsvis kan sägas, att boken utgör ett översiktligt uppslagsverk för reamotoringenjörer (förf. tillhör General Electrics i USA stab för flygplanreamotorer). Referenser avseende befintliga motorer förekommer ytterst sparsamt i boken; däremot finns ett par hundra detaljreferenser för mera ingående studier. *Åke Hjertstrand*

Grayson Merrill (Ed.), *Principles of Guided Missile Design.* D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton:

Arthur S. Locke and Coll., *Guidance.* (Vol. I) 1955. Pp. xvii+729, $ 12.50.

Grayson Merrill/Harold Goldberg/Robert H. Helmholz, *Operations Research, Armament, Launching.* (Vol. III) 1956. Pp. xii+508, $ 10.00.

Det amerikanska utvecklingsarbetet på styrda missiler (robotvapen) är ett gigantiskt teamwork (förmodligen är situationen densamma på flera andra håll) som inkluderar flertalet naturvetenskapliga och tekniska discipliner, såväl de gamla och beprövade, där stabiliserad utbildning finns, som de unga (radarteknik, telemeterteknik, servoteknik, räknemaskinsteknik, raketmotorteknik), med ännu så länge lösliga utbildningformer, och de yngsta (operationsanalys, systemanalys, informationsteori, »human engineering»), vilka man ännu inte kan och kanske aldrig kommer att kunna klart definiera.

Arbetet kräver, liksom allt teamwork av större omfattning, folk med goda kunskaper utanför det egna expertområdet. Det har därför ansetts nödvändigt att få fram ett systematiskt upplagt läroboksverk, som meddelar den naturvetenskapliga och tekniska »allmänbildning» som behövs i robotarbetet. Sedan nu tillräckligt mycket avklassat material föreligger, har tanken kunnat börja realiseras.

Serien Principles of Guided Missile Design planerades ursprungligen att omfatta fyra volymer. Antalet har sedermera ökats till sex, och kanske blir det ännu fler. Författarna äro samtliga framstående experter och, att döma av de hittills utkomna volymerna, även mycket skickliga skribenter. Verket är ur fysikerns synpunkt utomordentligt intressant.

Vol. I behandlar de olika styrsystemen och det naturvetenskapliga och tekniska underlaget för dessa. Bl. a. ingår här en liten kurs i servosystemteori. Det ur allmän synpunkt intressantaste avsnittet i vol. III är en elementär kurs (ca 200 sidor) i operationsanalys, denna unga och exklusiva disciplin som blivit ett så mäktigt verktyg för militär planering och som väl i sinom tid kommer att vinna erkännande även på det civila området.

En följande volym i serien skall behandla rymdfart, som en hel del missilfolk troligen i grund och botten är mer intresserade av än av »the dirty job». »If ever the threat of war can be alleviated and technological effort be redirected to peaceful objectives, *we can look forward to a great stride in human advancement, nothing less than interplanetary or even interstellar travel*» (Merrill i förordet till vol. III).

I sammanhanget vill anmälaren fästa uppmärksamheten på en förträfflig översiktsartikel om robotvapen av K. E. Lindbom i *Ett år i luften, Flygets årsbok 1956* (Allhem, Malmö 1956), som väl finns i de flesta läroverksbibliotek. Artikeln ger bl. a. den svenska terminologien.

Torsten Jönsson

H. A. Rothbart, *Cams: Design, Dynamics, and Accuracy.* J. Wiley, New York/Chapman & Hall, London, 1956, Pp. 350, $ 9.50.

Ett specialområde inom maskintekniken har med denna förnämliga bok i hög grad berikats. Visserligen innehåller läroböcker och handböcker i ämnet i regel kortare avsnitt om kamrörelser och deras dynamik, men innehållet begränsas där ofta att gälla de vanligaste och enklaste tillämpningarna, exempelvis kamskivor för ventilstyrningar. I föreliggande verk inbegripes i begreppet kam så gott som alla slag av radiella och axiella kurvstyrningar. I särskilt stor utsträckning behandlar förf. sådana styrningar, som kommer till användning vid automatiska verktygsmaskiner. Då sådana »automater» med hänsyn till produktionskapaciteten bygges för ständigt stegrade arbetshastigheter, måste en bok, som vederhäftigt beskriver och utreder hithörande dynamiska förlopp samt ger synpunkter på dimensionering, påkänningar, material, tillverkning och noggrannhetskrav, vara av stort värde för konstruktörer. Förf. antyder också i detta i sitt förord, där han dock tillägger, att boken borde vara av värde även för lärare och elever vid maskintekniska läroanstalter, något som man gärna instämmer i.

Verket bör utan svårighet vara tillgängligt för läroverksingenjörer eller personer med motsvarande eller högre utbildning i dynamik. Framställningen är förtydligad av ett stort antal välritade figurer och diagram. Genomräknade exempel belyser teorierna, och utförliga litteraturhänvisningar avslutar varje kapitel.

Elis Dahlin

Forts. sid. 226.

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

2112) *Lös ekvationssystemet*

$$x+y+z=(ax+by+cz):(a+b+c)=(a^2x+b^2y+c^2z):(a+b+c)^2=-xyz.$$

X.

2113) *Två cirklar O och O_1 tangera en rät linje i A resp. A_1; $A \neq A_1$. Om den med linjen parallella tangenten till O skär O_1 i Q och $AA_1=A_1Q$, vad vet man då ytterligare om cirklarna?*

V. Thébault

2114) *Två varandra skärande räta linjer och en punkt H utanför båda äro givna. Sök orten för en punkt, vars spegelbilder i de givna linjerna ligga i rät linje med punkten H.*

Journal de mathématiques élémentaires

Enklare uppgifter[2]

2115) Den korda AB, som förenar de till vinklarna 150° och 275° hörande punkterna på den trigonometriska cirkeln, skäres i C av den korda, som förenar de till 73° och 185° hörande punkterna. Beräkna $AC:CB$.

Svar: 1 : 3,708.

2116) I triangeln ABC tangerar den inskrivna cirkeln sidorna AB, BC, CA i resp C_1, A_1, B_1. Genom dessa punkter dragas linjer parallella med resp. CI, AI, BI, där I är centrum för cirkeln. Visa, att linjerna råkas i samma punkt.

2117) Två cirklar med radierna 1 cm och 2 cm tangera varandra utantill i punkten A. En liksidig triangel har ett hörn i A och av de övriga hörnen ett på vardera cirkeln. Beräkna sidan.

Svar: $\frac{1}{7}\sqrt{84}=1{,}309$ cm.

2118) Genom mittpunkten av en radie i ett halvklots plana yta lägges normalplanet till radien. Bestäm förhållandet mellan totala begränsningsytorna av de kroppar, i vilka halvklotet delas av normalplanet.

Svar: $(61\pi+\sqrt{108}):(29\pi-\sqrt{108})=2{,}503$.

2119) En triangels sidor förhålla sig som 11 : 10 : 5. Visa, att medianen mot den mellersta sidan delas i förhållandet 1 : 2 : 1 av den inskrivna cirkelns periferi.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 2115—2116 äro insända av *X.*, 2117 av *S. B.*, 2118—2127 av *I. Gunsjö.*

2120) En rätvinklig triangel har den räta vinkelns spets i (4; 0), ett hörn på y-axeln och konstant yta=20 ytenheter. Sök orten för det tredje hörnet.

Svar: $(x-4)^2+(y\pm 5)^2=25$.

2121) En rätvinklig triangel är inskriven i ellipsen $2x^2+y^2=1$ med kateterna parallella med axlarna. När triangeln roterar kring hypotenusan, uppkommer en dubbelkon. Sök hypotenusan, när volymen är så stor som möjligt.

Svar: $\frac{1}{3}\sqrt{9+\sqrt{297}}=1{,}707$.

Volymen $=\frac{8}{3}\pi x^2y^2:\sqrt{x^2+y^2}=\frac{8}{3}\pi \sin^2 v \cos 2v:\cos v$, om ett hörn $(x; y)$ ligger i första kvadranten och $\sin v=x$.

2122) I en punkt P på en parabel dras tangenten. Denna skär axeln i A. En linje genom A vinkelrät mot tangenten råkar vertextangenten i B. Den spetsiga vinkeln mellan tangenten och axeln är u och vinkeln APB är v. Visa, att $\operatorname{tg} u \cdot \operatorname{tg} v=0{,}5$.

2123) Genom sambanden $x=t^2+t$, $y=t^2$ definieras y som funktion av x. En godtycklig tangent till motsvarande kurva råkar koordinataxlarna i A och B. Sök och upprita orten för mittpunkten av sträckan AB.

Svar: Hyperbeln $y(8x+1)+8x^2=0$.

2124) Storaxeln till en ellips sammanfaller med parametern till en parabel och lillaxelns ena ändpunkt ligger i parabelns vertex. Hur stor är ytan mellan kurvornas tre gemensamma tangenter? Parabelns parameter är $4a$.

Svar: $2a^2\sqrt{2}$.

2125) Diskutera kurvan $y(x-1)=x^n$, där n är ett udda helt tal större än 1.

Svar: Asymptot: $x=1$. Minimipunktens abskissa $=n:(n-1)$. Terrasspunkt i origo.

2126) Hyperbeln $x^2-4y^2-4x+8y+4=0$ och en ellips ha gemensamma parameterkordor. Sök ellipsens yta.

Svar: $10\pi\sqrt{5}=70{,}25$ ytenh.

2127) Bestäm största avståndet mellan en punkt på kurvan $x^3-x^2y+10x-y=0$ och dess asymptot.

Svar: $\frac{9}{4}\sqrt{2}$.

Lösningar till uppg. 2082—2084

2082) *I punkterna o, v, 2v, . . , nv på enhetscirkeln placeras massorna* $\binom{n}{o}$, $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}\ldots.$, $\binom{n}{n}$ *resp. Hur långt från cirkelns medelpunkt ligger tyngdpunkten för detta massystem?* *X.*

Införes ett komplext plan, bli punkterna e^{kiv}, $k=0, 1, 2, \ldots, n$. Tyngdpunkten blir $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}e^{kiv} : \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}=(1+e^{iv})^n : (1+1)^n$. Dess avstånd från origo (medelpunkten) blir $|(1+e^{iv})^n|:2^n=|(1+\cos v+i\sin v)^n|:2^n=$ $=|(2\cos^2\frac{1}{2}v+2i\sin\frac{1}{2}v\cos\frac{1}{2}v)^n|:2^n=|\cos^n\frac{1}{2}v(\cos\frac{1}{2}nv+i\sin\frac{1}{2}nv)|=$ $=|\cos^n\frac{1}{2}v|$.

H. R.

Även löst av *H. Simonsson, Sb, I. Gunsjö.*

2083) *Trianglarna ABC och* $A_1B_1C_1$ *äro inskrivna i samma cirkel. Deras sidor tangera samma parabel. Det finnes en i triangeln ABC inskriven parabel med brännpunkten i* A_1. *Visa, att dess diametrar äro parallella med* B_1C_1. *X.*

Enligt en känd sats ligger den givna parabelns fokus F på cirkeln, så belägen att vinkeln $CAF=BAD=\alpha<90°$, där AD är axelriktningen. P. s. s. är vinkeln $C_1A_1F=C_1AF=B_1A_1D_1=\beta<90°$, om AD är parallell och likriktad med A_1D_1. Om B_1C_1 är axelriktningen i den nya parabeln, skall visas att vinkeln $A_1AB(=x)=AKB_1(=y)$, där K är skärningspunkten mellan AC och B_1C_1. Vi har $y+\alpha-\beta=AC_1B_1=180°-AA_1B_1=$ $=180°-AA_1D_1-\beta=x+\alpha-\beta$, dvs. $x=y$. *S. B.*

2084) *För* $a^2<64$ *bilda kurvorna* $y=5x^4-24x^2+16$ *och* $y=a(x^3-4x)$ *en av tre öglor sammansatt figur. Vilket samband råder mellan deras ytor?* *X.*

För de yttre skärningspunkterna äro abskissorna ±2, för de inre ligga de mellan dessa värden. Om funktionerna i ordning äro $f(x)$ och $g(x)$, erhålles $\int_{-2}^{2}(f(x)-g(x))dx=0$, varför den mellersta öglans yta, som utfaller positiv, är lika med summan av de yttres, som ingå med minustecken i integralen. I gränsfallen $a=\pm8$ reducerar sig en av de yttre öglorna till en punkt.

Löst av *H. R., R. Li., H. Simonsson, I. Gunsjö.*

Fyllnadsprövning efter studentexamen

Augusti 1957

Matematiska uppgifter[1]

Reallinjens matematiska gren

1. En rät cirkulär cylinder skäres med ett plan, som bildar den spetsiga vinkeln v med cylinderns axel. Snittkurvan är en ellips. Beräkna dess excentricitet.
2. Genom ekvationerna $x=\sin z$, $y=\cos pz$, där p är en konstant, $-1<x<1$ och $-\frac{1}{2}\pi<z<\frac{1}{2}\pi$, definieras y som en entydig funktion av x. Visa, att denna funktion satisfierar differentialekvationen

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}+p^2y=0$$

3. I en likbent triangel är avståndet från höjdernas skärningspunkt till basen lika med längden av de lika stora sidorna. Bestäm triangelns vinklar.
4. En parabel har vertex i origo och linjen $y=x+2$ till styrlinje. Ange parabelns ekvation, och bestäm ekvationerna för de tangenter till parabeln, som är parallella med koordinataxlarna.
5. Funktionen $y=f(x)$ antages ha derivata för $x=a$. Denna derivata $f'(a)$ kan definieras på följande sätt:

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

Enligt den allmänna teorien för gränsvärden innebär detta, att hur litet det positiva talet ε än väljes, så kan man finna ett positivt tal δ, så beskaffat att

$$\left|f'(a)-\frac{f(a+h)-f(a)}{h}\right|<\varepsilon, \text{ om } |h|<\delta$$

Om ε väljes $=10^{-6}$, vilket är då det största värde, som δ kan anta i det fall, då $f(x)=x^3-3x^2+2x-6$ och $a=1$?

6. Normalen i en punkt P på kurvan $y=x^3$ bildar med koordinataxlarna en triangel. Ytan av denna triangel delas av kurvan i förhållandet 3:5, varvid den mindre delen begränsas bl. a. av x-axeln. I vilket förhållande delas triangelns yta av kurvans tangent i punkten P?

[1] Enligt gymnasiereformen av år 1953, som tillämpas vid studentexamen fr. o. m. v. t. 1957.

7. En funktion $f(x)$ kan, om den uppfyller vissa här inte preciserade villkor, skrivas $f(x)=f(0)+xf'(0)+\frac{1}{2}x^2f''(0)+\frac{1}{6}x^3f'''(0)+R(x)$, där $f'(x)$, $f''(x)$ och $f'''(x)$ är första, andra respektive tredje derivatan av $f(x)$ med avseende på x och där $R(x)$ är en s. k. restterm, som går mot 0, när x går mot 0. För små värden på x kan därför funktionen $f(x)$ approximativt ersättas med funktionen

$$g(x)=f(0)+xf'(0)+\tfrac{1}{2}x^2f''(0)+\tfrac{1}{6}x^3f'''(0)$$

Bestäm funktionerna $g(x)$ och $R(x)$ i det fall, då $f(x)=\dfrac{1-2x^2}{1+x}$. Visa, att $\lim\limits_{x\to 0} R(x)=0$. Ange med fem decimaler det fel, som uppstår, om man i stället för $f(x)$ använder $g(x)$ för värdet $x=0{,}1$. Bestäm slutligen skärningspunkten mellan kurvorna $y=f(x)$ och $y=g(x)$ och visa, att dessa i skärningspunkten har samma tangent.

8. I en tetraeder $ABCD$ är kantlinjerna AB 3 cm, AC 4 cm och BC, BD och CD vardera 5 cm. Undersök, hur längden av den återstående kantlinjen AD varierar, och bestäm de gränser, mellan vilka denna längd ligger.

Resultat: **1.** $\cos v$. **3.** 38,17°, 38,17°, 103,66°. **4.** $(x+y)^2=8(x-y)$; tangenterna är $x+1=0$ och $y-1=0$, som är tang. i parameterns ändpunkter. **5.** $h^2<10^{-6}$, $\delta=10^{-3}$. **6.** 1 : 2. **7.** $g(x)=1-x-x^2+x^3$; $R(x)=-x^4/(1+x)$. För $x=0{,}1$ är felet $-0{,}000\,09$. Kurvorna berör varandra i (0; 1) med $x+y=1$ som gemensam tangent. **8.** Om planet BCD med planet ABC bildar vinkeln v, där $0<v<180°$, gäller $AD=\sqrt{25-12\sqrt{3}\cdot\cos v}$, varför $\sqrt{25-12\sqrt{3}}<AD<\sqrt{25+12\sqrt{3}}$, eller approx. 2,05 cm $<AD<$ 6,77 cm.

Reallinjens biologiska gren

1. I skärningspunkterna mellan kurvan $y=2-x^2$ och den räta linjen $x+y=0$ drages normalerna till kurvan. Bestäm först de vinklar, som dessa bildar med x-axeln. Beräkna sedan med stöd härav den spetsiga vinkeln mellan normalerna.
2. I en konvergent oändlig geometrisk serie är första termen 3 och summan av termerna med udda ordningsnummer 5 enheter större än seriens andra term. Bestäm seriens kvot.
3. Konstruera kurvan $4y=4x^2-x^3$. Genom origo drages den tangent till kurvan, som inte sammanfaller med x-axeln. Bestäm ytan av den slutna figur, som begränsas av tangenten och kurvan.
4. En regelbunden tresidig pyramid är inskriven i en sfär på sådant sätt, att basytans hörn ligger på en storcirkel i sfären. Bestäm vinkeln mellan två sidoytor i pyramiden.

5. I fyrhörningen $ABCD$ är sidorna AB och DC parallella. Sidan AD är 4 cm, sidan BC 6 cm och vinkeln A tre gånger så stor som vinkeln C. Bestäm fyrhörningens vinklar.
6. P är en rörlig punkt på kurvan $2y=x^2$, Q är en fast punkt på y-axeln. Mätetalet för sträckan PQ betraktas som funktion av x-koordinaten för punkten P. För vilka lägen av punkten Q har denna funktion något ändligt maximum?
7. Se matematiska grenen uppg. 5.
8. I en regelbunden oktaeder med kantlinjen a är P och Q två motstående hörn. En pyramid har sin spets i P, och dess basyta är den snittyta, som ett normalplan till sträckan PQ utskär av oktaedern. Undersök, hur pyramidens volym varierar, då normalplanets skärningspunkt med sträckan PQ rör sig från P till Q, och åskådliggör detta grafiskt. Ange särskilt det största värde, som volymen kan anta.

Resultat: **1.** Riktningsvinklar 14,04° och 153,44°; vinkeln mellan normalerna 40,60°. **2.** $\frac{1}{6}(1\pm\sqrt{13})$. **3.** Kurvan har min. i origo och max. i $(2\frac{2}{3};\ 2\frac{19}{27})$; $\frac{1}{3}$ ytenh. **4.** 78,46°. **5.** $A=113{,}28°$, $B=142{,}24°$, $C=37{,}76°$, $D=66{,}72°$. **6.** Villkoret för ändligt max. är att Q:s y-koord. $(=a)$ skall vara större än 1. — Om $a\leqq 1$, växer PQ från min.$=|a|$ till ∞, när P rör sig från origo. Om $a>1$ avtar PQ från värdet a för $x=0$ till min.$=\sqrt{2a-1}$ för $x=\pm\sqrt{2a-2}$ för att sedan växa till ∞. **8.** Om pyramidens höjd är x, blir dess volym$=\frac{2}{3}x^3$ för $0<x\leqq\frac{1}{2}a\sqrt{2}$ och $\frac{2}{3}x(a\sqrt{2}-x)^2$ för $\frac{1}{2}a\sqrt{2}\leqq x<a\sqrt{2}$. Volymen växer från 0 till max.$=\frac{1}{6}a^3\sqrt{2}$ (=halva oktaedern) för att sedan avta till noll.

Allmänna linjens sociala gren

1. Med den ena kateten i en rätvinklig triangel som diameter uppritas en cirkel. Beräkna triangelns minsta vinkel i det fall, då $\frac{1}{9}$ av hypotenusan ligger utanför cirkeln.
6. En droskägare köpte en bil för 12 000 kr. Skatter, försäkringsavgifter och reparationskostnader uppgick varje år till sammanlagt 1 500 kr. Bilen användes i trafik under fem år, varefter den såldes för 2 000 kr. Hur stort belopp av den årliga inkomsten av bilen kan beräknas ha åtgått för att täcka samtliga nämnda kostnader för bilen under femårsperioden? Alla inkomster och utgifter tänkes förlagda till varje särskilt års slut, och ränta på ränta beräknas efter 4 %.

Uppg. nr 2, 3, 4, 5, 7, 8, se biologiska grenen nr 1, 2, 3, 4, 6, 7.

Resultat: **1.** 19,47° $(\sin v=\frac{1}{3})$. **6.** 3826 kr., om utgiften för inköpet förlägges till början av första året.

Matematiska uppg. för latin- och realgymnasiet

Enl. 1933 års stadga

Latingymnasiet[1]

1. Lös ekvationssystemet $\frac{2x^2+3xy+4y^2}{x^2+2xy}=-4;\ x+2y=\frac{3}{2}$
2. Den rätvinkliga triangeln ABC är inskriven i en cirkel med 10 cm radie. Genom den räta vinkelns spets B drages tangenten till cirkeln. Den skär förlängningen av sidan AC åt C till i punkten D. Vinkeln BDC är 30°. Beräkna sidor och vinklar i triangeln ABD, och ange även dess yta.
3. Se sociala grenen nr 1.
4. I en triangel är två sidor 8 cm och 15 cm. Den tredje sidan är dubbelt så stor som denna sidas median. Beräkna triangelns minsta vinkel.
5. En cirkel delas av en korda AB i två segment, och i vartdera av dessa inskrives en kvadrat med två hörn på AB och två på segmentets båge. Den ena kvadratens sida är 9 cm, den andras 10 cm. Beräkna cirkelns radie och längden av kordan AB.
6. I en geometrisk serie är den n:te termen aritmetiskt medium till de två närmast följande termerna. Beräkna förhållandet mellan summan av seriens 10 första termer och summan av dess 5 första termer.
7. I en konvergent oändlig geometrisk serie är summan två enheter större än seriens kvot. Ange första termen som funktion av kvoten, åskådliggör detta genom ett diagram, samt bestäm med tillhjälp härav eller på annat sätt, vilka värden första termen kan anta.
8. I triangeln ABC är den inskrivna cirkelns radie 3 cm och radien i den cirkel, som tangerar sidan AB och förlängningarna av sidorna CA och CB, 7 cm. Beräkna radien i den cirkel, som har sin medelpunkt på sidan AB och som tangerar sidorna AC och BC.

Resultat: **1.** $x_1=-\frac{1}{2}$, $y_1=1$; $x_2=-3$, $y_2=\frac{9}{4}$. **2.** $AB=BD=10\sqrt{3}=17{,}32$ cm, $AD=30$ cm; motstående vinklar 30°, 30°, 120°; ytan $=75\sqrt{3}=129{,}9$ cm². **4.** 28,07° ($\operatorname{tg} v=\frac{8}{15}$). **5.** Radien $10\frac{5}{8}$ cm, kordan $15\sqrt{2}=21{,}21$ cm. **6.** Förhållandet är -31 eller (om alla termerna är lika) 2. **7.** $a=2-k-k^2$, där a är första termen och k kvoten. För positiva k-värden gäller $0<a<2$ och för negativa $2<a\leqq 2\frac{1}{4}$. **8.** 4,2 cm.

[1] Uppg. för nyspråkligt lyceum utgjordes av latingymnasiets nr 2—8 och biol. grenens nr 4.

Realgymnasiet. Allmän kurs[1]

2. I en likbent triangel är bisektrisen till en av basvinklarna dubbelt så stor som bisektrisen till toppvinkeln. Hur stor är sistnämnda vinkel?
4. En triangel har ett hörn i punkten $(-10; -7)$ och tyngdpunkten i origo. Höjderna skär varandra i punkten $(-1; 11)$. Bestäm koordinaterna för triangelns båda övriga hörn.
6. Bestäm konstanterna a och b så, att kurvan $y=x^3+ax+b$ skär den räta linjen $3x-4y+7=0$ i en punkt med abskissan 3 och dessutom tangerar linjen i en annan punkt.
8. Diskutera kurvan $y=ax^3-x^4$ för olika värden på konstanten a, och upprita i huvuddrag exempel på de huvudtyper, som kan förekomma. Undersök därefter, hur antalet tangenter till kurvan genom punkten (1; 0) beror av värdet på a. — Det erfordras inte men betraktas som en förtjänst, att man i huvuddrag uppritar exempel på kurvor, som svarar mot de olika fall, som är möjliga.

Uppg. nr 1, 3, 5, 7, se biologiska grenen nr 2, 4, 6, 8.

Resultat: **2.** 108°. — Drag mot basen BC en normal BD, som skär motstående sidas förlängning i D, samt bisektrisen till B och till toppvinkeln, osv. rent geometriskt. **4.** (8; 2) och (2; 5). **6.** $a=-6$; $b=-5$. **8.** Om $a\neq 0$, har kurvan terrassp. i origo och max. i $(\frac{3}{4}a;\ \frac{27}{256}a^4)$, och om $a=0$, max. i origo. Antalet tangenter genom (1; 0) är *utom* x-axeln: 2 för $a<0$; 1 för $a=0$; 2 för $0<a<1$, vilka sammanfaller för $a=1$; inga för $1<a<4$; 1 (dubbel) för $a=4$ och 2 för $a>4$.

Realgymnasiet. Specialkurs

1. I funktionen $y=\sqrt[3]{ax^2+bx+c}$ är a, b och c konstanter. Visa, att $3y^2\cdot\frac{d^2y}{dx^2}+6y\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=2a$.
2. Sök ekvationen för en rät linje, som halverar kordor med samma riktning i parablerna $y^2=6x$ och $y^2+4y+3x+11=0$.
3. Undersök kurvan $y=\sin 2x+2\sin x$ med avseende på maximi-, minimi- och inflexionspunkter, samt upprita den i dess huvuddrag.
4. Den räta linjen $2x-y-3=0$ är normal till en ellips med axlarna längs koordinataxlarna och med excentriciteten $\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Bestäm ellipsens ekvation i det ena av de båda fall, som är möjliga.
5. En punkt P på den räta linjen $y=x$ sammanbindes med punkterna A (6; 2) och B $(-1; 3)$. Undersök och åskådliggör grafiskt med

[1] Uppg. för allm. linjen vid Uppsala ensk. lärov. utgjordes av biol. grenens nr 1—4, 6, sociala grenens nr 1, 6 och realgymnasiets (allm. kurs) nr 4.

angivande av eventuella maxima och minima, hur förhållandet mellan sträckorna PA och PB varierar, när punkten P genomlöper den nämnda räta linjen.

6. En punkt P på parabeln $y^2=4x$ förenas med parabelns fokus F och vertex O. Höjderna i triangeln FOP skär varandra i punkten R. Sök och konstruera orten för R, då P genomlöper kurvan, och ange eventuella maximi- och minimipunkter på ortkurvan. — Det erfordras inte men betraktas som en förtjänst, att man bestämmer ekvationerna för tangenterna i kurvans skärningspunkter med x-axeln.
7. Kring en rätvinklig parallellepiped med kantlinjerna 1 cm, 4 cm och 8 cm omskrives ett variabelt klotsegment, så att en av de största sidoytorna ligger i segmentets plana yta. Uttryck segmentets buktiga yta som funktion av dess höjd, bestäm de värden som höjden kan anta, och åskådliggör grafiskt, hur funktionen varierar. Ange särskilt eventuella maximi- och minimivärden för funktionen.

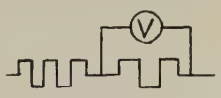
Resultat: 1. Upphöj båda leden till tredje digniteten och derivera två gånger. 2. $3y+4=0$. 3. Max. i $(\frac{1}{3}\pi+2n\pi;\ \frac{3}{2}\sqrt{3})$, min. i $(\frac{5}{3}\pi+2n\pi;\ -\frac{3}{2}\sqrt{3})$. Inflexion i $(n\pi;\ 0)$, $(1{,}82+2n\pi;\ \frac{3}{8}\sqrt{15})$ och $(4{,}46+2n\pi;\ -\frac{3}{8}\sqrt{15})$. 4. $x^2+4y^2=8$ eller $4x^2+y^2=17$. 5. När x växer från $-\infty$ till 0, växer $PA:PB$ från 1 till max.=2, avtar sedan till min.=$\frac{1}{2}$ för $x=5$, för att därefter växa mot 1, då x går mot $+\infty$. 6. Orten är $4y^2=x(x-1)^2$, som har positiva x-axeln till symmetriaxel. Kurvan bildar en ögla mellan origo (där den tangerar y-axeln) och punkten (1; 0), som är en dubbelpunkt med tangenterna $x\pm 2y=1$. Max. i $(\frac{1}{3};\ \frac{1}{9}\sqrt{3})$, min. i $(\frac{1}{3};\ -\frac{1}{9}\sqrt{3})$. 7. Om segmentets höjd är x cm och buktiga yta y cm², gäller $y=\pi(x^3-2x^2+21x)/(x-1)$, där $1<x\leqq 5$; med växande x avtar y från ∞ till min.=36π för $x=3$ och växer sedan till max.=45π för $x=5$.

Uppgifter i fysik

1. I ett vattenfall är den användbara fallhöjden 100 m. Vattenfallet försörjer ett elkraftverk och man kan räkna med att genom turbinerna passerar 800 m³ vatten per sekund. Det utgående kraftnätet har en likspänning på 380 kV. Beräkna den totala strömstyrkan i kablarna. Turbinernas verkningsgrad är 75 % och generatorernas 90 %.
2. Över en kring en horisontell axel lättrörlig trissa, vars vikt kan försummas, löper ett fint snöre, som i ena änden uppbär en vikt av 2 kg och i den andra en vikt av 3 kg. Systemet kan låsas fast i ett visst läge genom en anordning, som griper fast om snöret strax ovanför den sistnämnda vikten. Beräkna den ändring, som kraften på trissans axel undergår, då låsanordningen släpper sitt tag och

trissa och vikter sätter sig i rörelse. Figur över anordningen erfordras. I denna skall utritas de krafter som utnyttjas vid lösningen.

3. Ett 18 dm långt, lätt och otänjbart snöre är fästat i två punkter A och B, belägna på ett inbördes avstånd av 13 dm. Punkten B ligger 5 dm högre än A. En vikt är fastbunden i en ring, som utan friktion kan glida längs snöret. I vilken punkt av snöret kommer ringen att stanna vid jämvikt? Figur över anordningen kräves. I denna skall utritas de krafter som utnyttjas vid lösningen.
4. Alldeles intill botten i en glasbägare placerades en liten glödlampa. På avståndet 14,5 cm rakt ovanför lampans glödtråd anbringades en tunn positiv lins, som gav en skarp bild av glödtråden på en skärm, då denna hölls 33,0 cm ovanför linsen. När sedan en vätska hälldes i bägaren till 9,0 cm höjd, måste skärmen flyttas 22,0 cm i vertikal led, för att bilden av glödtråden åter skulle bli skarp. Beräkna ur dessa uppgifter brytningsindex för vätskan. Figur angivande strålgången kräves.
5. Ett 5 cm högt föremål har sin fotpunkt på huvudaxeln till en negativ lins 10 cm framför denna. Linsens brännvidd är 10 cm. På 25 cm avstånd bakom denna lins placeras en positiv lins med 15 cm brännvidd så, att de båda linsernas huvudaxlar sammanfaller. Beräkna den slutliga bildens läge och storlek. Båda linserna kan betraktas som tunna. Figur med bildkonstruktion erfordras.
6. En voltmeters egen resistans är R ohm, dess mätområde är då U volt. Genom att använda ett förkopplingsmotstånd kan man ändra instrumentets mätområde. Om man emellertid använder såväl ett förkopplingsmotstånd som en shunt så som figuren visar, kan man dessutom åstadkomma, att det sålunda utbyggda instrumentets totala resistans ej förändrats utan fortfarande är R ohm. Beräkna resistanserna hos förkopplingsmotståndet och shunten, om man vill ändra instrumentets mätområde från U till $n \cdot U$ volt.



7. Två parallellkopplade likströmsgeneratorer med polerna åt samma håll skall leverera 100 A till ett ledningsnät. Den ena generatorn (G_1) har emk 120 V och resistansen 0,1 ohm. Den andra (G_2) har resistansen 0,2 ohm. Dess emk E_2 kan varieras inom vissa gränser. Angiv E_2 som funktion av strömmen I_2 genom G_2 och använd uttrycket för att beräkna, inom vilka gränser denna emk skall variera, för att såväl G_1 som G_2 skall bidraga till strömförsörjningen. Kopplingsschema erfordras.
8. Enligt Einsteins relation är massa och energi hos en kropp förbundna genom sambandet $E=m \cdot c^2$, där E är energin, m massan och c ljushastigheten. En elektron accelereras i ett elektriskt fält

mellan två elektroder, vilkas potentialdifferens är 10^5 V. Den erhåller därigenom ett tillskott av rörelseenergi. Beräkna den ändring av massan, som svarar mot energiökningen. Elektronens laddning är $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ amperesek (coulomb) och ljusets hastighet kan sättas till $3 \cdot 10^8$ m/sek.

Resultat: 1. 1400 A. 2. Kraften ökas med 0,8 kp. 3. Avståndet från A till ringen $= \frac{1}{2}(18 - \sqrt{45}) = 5{,}65$ dm. 4. 1,32. 5. Slutbilden: 30 cm bakom den positiva linsen, upp- och nedvänd, 2,5 cm hög. 6. I förk. och shunt är resistanserna resp. $(1 - 1/n)R$ och $R/(n-1)$ ohm. 7. $E_2 = 110 + 0{,}3 I_2$; då $0 < I_2 < 100$ A, blir gränsvillkoret $100 \text{ V} < E_2 < 140$ V. 8. $1{,}8 \cdot 10^{-31}$ kg.

Forts. från sid. 215.

JOHN SCHRÖDER, *Radiobyggboken, del 1.* Nordisk Rotogravyr, Stockholm 1956, 130 s., kr. 13:50, inb. kr. 16:—.

Boken är en praktisk handledning för nybörjare bland radioamatörer.

Förf. börjar med att ge synpunkter på valet av verktyg och presenterar därefter de olika komponenterna och förklarar med enkla ord och formler hur dessa fungerar. Elektronröret och transistorn behandlas populärt. Till sist följer byggnadsbeskrivningar för några förstärkare och mottagare. — Figurerna är mycket instruktiva. Särskilt nomogrammen för beräkning av spolar är av stort värde.

Det bästa med boken är att den är stimulerande och att den söker ge kunskaper av den sort som man annars får inhämta den knaggliga erfarenhetsvägen. — En bra premiebok i tekniska realskolor.

Stig Mathisson

Författare i detta häfte: fil. dr J. ANDERSSON, Vaxholm; tekn. lic. S. BERNDT, Stockholm; fil. mag. fru KERSTIN BERG, Lundsberg; fil. lic. G. BLOM, Malmö; professor G. BORELIUS, Stocksund; tekn. dr S. BRIMBERG, Västerås; lektor B. BRUNO, Östersund; lektor E. DAHLIN, Stockholm; lektor B. GRUNDSTRÖM, Djursholm; lektor E. HANSSON, Halmstad; lektor H. HELLSTRÖM, Solna; laborator S. HJALMARS, Stockholm; dr J. HULT, Uppsala; laborator Å. HJERTSTRAND, Stockholm; lektor C. V. JONSSON, Ludvika; lektor T. JÖNSSON, Stockholm; laborator J. O. LINDE, Stockholm; rektor E. LUNELL, Skellefteå; fil. mag. S. MATHISSON, Stockholm; civiling. B. PERSHAGEN, Stockholm; rektor A. PLEIJEL, Trollhättan; fil. lic. H. RIESEL, Stockholm; lärov. adj. C. ROSENGREN, Eskilstuna; fil. dr H. RUDBERG, Hälleforsnäs; lektor F. RYDE, Eksjö; rektor L. SANDGREN, Jönköping; lektor E. STAFFANSSON, Göteborg; lektor G. STARCK, Stockholm; fil. lic. V. STENSTRÖM, Stockholm; lektor B. SVENONIUS, Göteborg; lektor S. SÄVERBORN, Hedemora; professor J. TANDBERG, Stockholm; docent P. WELANDER, Stockholm; fil. dr G. WIDMARK, Stockholm; fil. lic. N. ÅSLUND, Stockholm; teknolog K.-J. ÅSTRÖM, Stockholm; lektor T. ÖBERG, Norrköping.

Insänd litteratur

John Wiley & Sons, Inc., New York/Chapman & Hall Ltd., London, 1957:

D. C. Murdoch, *Linear Algebra for Undergraduates.* Pp. 239, $ 5.50.

J. S. Fritz/G. S. Hammond, *Quantitative Organic Analysis,* Pp. 303, $ 6.50.

R. M. Thrall/L. Tornheim, *Vector Spaces and Matrices.* Pp. 318, $ 6.75.

M. E. Rose, *Theory of Angular Momentum.* Pp. 248, $ 10.00.

D. D. McCracken, *Digital Computor Programming.* Pp. 253, $ 7.75.

William Cochran/Gertrude M. Cox, *Experimental Designs.* Sec. Ed. Pp. 611, $ 10.25.

H. C. van de Hulst, *Light Scattering by Small Particles.* Pp. 470, $ 12.00.

E. R. Parker, *Brittle Behavior of Engineering Structures.* Pp. 323, $ 6.00.

G. F. Kinney, *Engineering Properties and Applications of Plastics.* Pp. 278, $ 6.75.

H. F. Rase/M. H. Barrow, *Project Engineering of Process Plants.* Pp. 692, $ 14.25.

The Science of Engineering Materials, Editor: J. E. Goldman. Pp. 528, $ 12.00.

Semiconducting Abstracts, Vol. III—1955 Issue. Editor: E. Pashell. Pp. 322, $ 10.00.

R. L. Weber/M. W. White/K. V. Manning, *Physics for Science and Engineering.* McGraw-Hill Book Co., New York/Toronto/London, 1957, Pp. 618, 60 s. net.

Ph. L. Alger, *Mathematics for Science and Engineering.* McGraw-Hill Book Co., New York/Toronto/London, 1957, Pp. 369, 41 s. 6 d.

Proceedings of Symposium on Applied Mathematics, Vol. VII. Applied Probability. Editor: L. A. MacColl. McGraw-Hill Book Co., New York/Toronto/London, 1957, Pp. 104, 36 s. 6d.

G. W. Snedecor, *Statistical Methods.* The Iowa State College Press, 1957, Pp. 534, $ 7.50.

R. A. Houston, *Physical Optics.* Blackie & Son, Glasgow/London, 1957, Pp. 300, 40 s. net.

R. K. Livesley, *An Introduction to Automatic Digital Computors.* Cambridge Univ. Press. 1957. Pp. 53, 8 s. 6d.

J. L. Synge, *The Hypercircle in Mathematical Physics.* Cambridge Univ. Press, 1957, Pp. 424, 70 s. net.

R. H. Atkin, *Mathematics and Wave Mechanics.* W. Heineman, London, 1957, Pp. 348, 30 s. net.

W. J. Wiltshire, *A Further Handbook of Industrial Radiology.* Edw. Arnold, London, 1957, Pp. 334, 50 s. net.

Progress in Semiconductors. Vol. 2. Editor: A. F. Gibson. Heywood & Co., London, 1957, Pp. 280, 63 s. net.

Report of the Meeting on Semiconductors, April 1956. Physical Society, London, 1957, Pp. 153, 20 s. net.

Irving Kaplansky, *An Introduction to Differential Algebra.* »Actualités Scientifiques et Industrielles», nr 1251. Hermann, Paris, 1957, 62 p., 800 fr.

Arnaud Denjoy, *Notes communiquées 1907—1956 aux Académies de Paris, d'Amsterdam, des Lincei.* I. La variable complexe, II. Le champ réel. Gauthier-Villars, Paris 1957, 589 p., 5300 fr.

Colloque de topologie algébrique. Tenu à Louvain 11—13 juin 1956. Thone, Liège/Masson & Cie, Paris, 1957, 191 p., 300 fr. francais.

E. Lederer/M. Lederer, *Chromatography.* A Review of Principles and Applications. Sec. Ed. Elsevier Publishing Co., Amsterdam, 1957, Pp. 711, Hfl. 37,50.

Werner Schramm, *Chemische und biologische Laboratorien.* Verlag Chemie, Weinheim/Bergstr., 1957, 250 S., DM 50: —.

Gustav Kortüm, *Lehrbuch der Elektrochemie.* Verlag Chemie, Weinheim/Bergstr., 1957, 584 S., DM 35,80.

W. Birkenstock/F. Schulte, *Die Elektonentheorie im Unterricht der Oberstufe.* 4. erweiterte Aufl., Aulis Verlag, Frankenberg/Eder, 1957, 63 S., DM 2.40.

K. Knopp, *Funktionentheorie.* I. Grundlagen der allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen, 9. Aufl. Sammlung Göschen 668. W. de Gruyter & Co., Berlin, 1957, 144 S., DM 2.40.

H. Hasse, *Höhere Algebra.* I. Lineare Gleichungen. 4. Aufl. Sammlung Göschen 931. W. de Gruyter & Co., Berlin, 1957, 152 S., DM 2.40.

G. Hessenberg/H. Kneser, *Ebene und sphärische Trigonometrie.* 5. Aufl. Sammlung Göschen 99. W. de Gruyter & Co., Berlin, 1957, 172 S., DM 2.40.

W. Lietzmann, *Sonderlinge im Reich der Zahlen.* 2. Aufl. Dümmlers Verlag, Bonn, 1954, 214 S., DM 6.90.

Oskar Höfling, *Atombau und Quantentheorie.* Dümmlers Verlag, Bonn, 1957, 151 S., DM 6.60.

Oskar Höfling, *Lehrbuch der Physik.* Dümmlers Verlag, Bonn. Ausgabe A (für naturwissenschaftliche Gymnasien): Mittelstufe, 3. Aufl., 1957, 456 S., DM 7.50; Oberstufe, 3. Aufl., 1957, 736 S., DM 11.50. Ausgabe B (für sprachlich gerichtete Gymnasien sowie Mädchenschulen): Mittelstufe, 3. Aufl., 1957, 303 S., DM 5.90; Oberstufe, 2. Aufl., 1956, 500 S., DM 7.90.

Oskar Höfling, *Physik-Aufgaben.* Mittelstufe. Lehrerausgabe mit vollständigen Lösungen. Dümmlers Verlag, Bonn, 1957, 211 S., DM 9.80.

Otto Fischer, *Five Mathematical Structural Models in Natural Philosophy with Technical Physical Quaternions.* Stockholm 1957, Pp. 412, $ 10.00. Lindståhls Bokhandel, Stockholm i distribution.

H. Hyrenius, *Statistiska metoder,* 2. omarb. uppl. Tre delar inb. i två bd: I. Statistisk deskription. II. Statistisk teori III. Statistisk analys. Gumperts Förlag, Göteborg, 1957, 625 s., kr. 42: —. För studerande och lärare är priset kr. 28: — jämte porto vid rekv. från Statistiska inst., Arkivg. 1, Göteborg C.

A. Boiert, *Biologi,* för realskolan klass 1^3—2^3, 1^4—3^4 och enhetsskolan klass 7—8. Almqvist & Wiksell, Stockholm, 1957, 101 s., kr. 4: 95.

Svensk Naturvetenskap 1956. Statens Naturvetenskapliga årsbok, 10:e årg. Stockholm 1957, 392 s., inb. kr. 18: —. Nordiska Bokhandeln, Stockholm, i distribution.

Svensk Mejeriindustri 1932—1957. Utg. av Svenska Mejeriernas Riksförening, Stockholm 1957, 145 s. jämte 15-sidigt bildgalleri.

Kemistyrket-Framtidsyrket, En yrkesvägledning för gymnasister. Utg. av Svenska Kemistsamfundet år 1957, 32 s.

Katalog 1957. Skolböcker utg. av Almqvist & Wiksells Bokförlag, Stockholm, 150 s.

Astronomy and Geophysics. A Selection of Recent Literature. AB Lindståhls Bokhandel, Stockholm, 32 s.

Höstnytt

Hedström
Öije

Aritmetik och Ekvationslära

för 3- och 4-åriga realskolor samt flickskolor

1. För klass 1^3, 1^4–2^4. G 3:85

(Del 2 utkommer till höstterminen 1958)

Nyhlén
Amundsson
Broman

Rymdgeometri

för gymnasiet G 4:75

Utkommer under oktober

Sandström
Ullemar

Geometri

för realskolan och enhetsskolans alternativkurs 2

1. För klass 1^3–2^3, 2^4–3^4, 3^5–4^5 samt enhetsskolans klass 7–8 G 3:75

Utkommer omkring 1 oktober

Beckman
Wetterblad
Lindahl

Fysik för enhetsskolan

2. Kursen för klass 8. Alternativkurs 1. G 4:35

Kursen för klass 8. Alternativkurs 2. G Inb. 6:30

Beckman
Wetterblad
Almkvist
Knave

Fysik

för gymnasiets allmänna linje. A IV^4, A III^3

Utkommer under oktober

Ekman
Sandström

Kemi för enhetsskolan

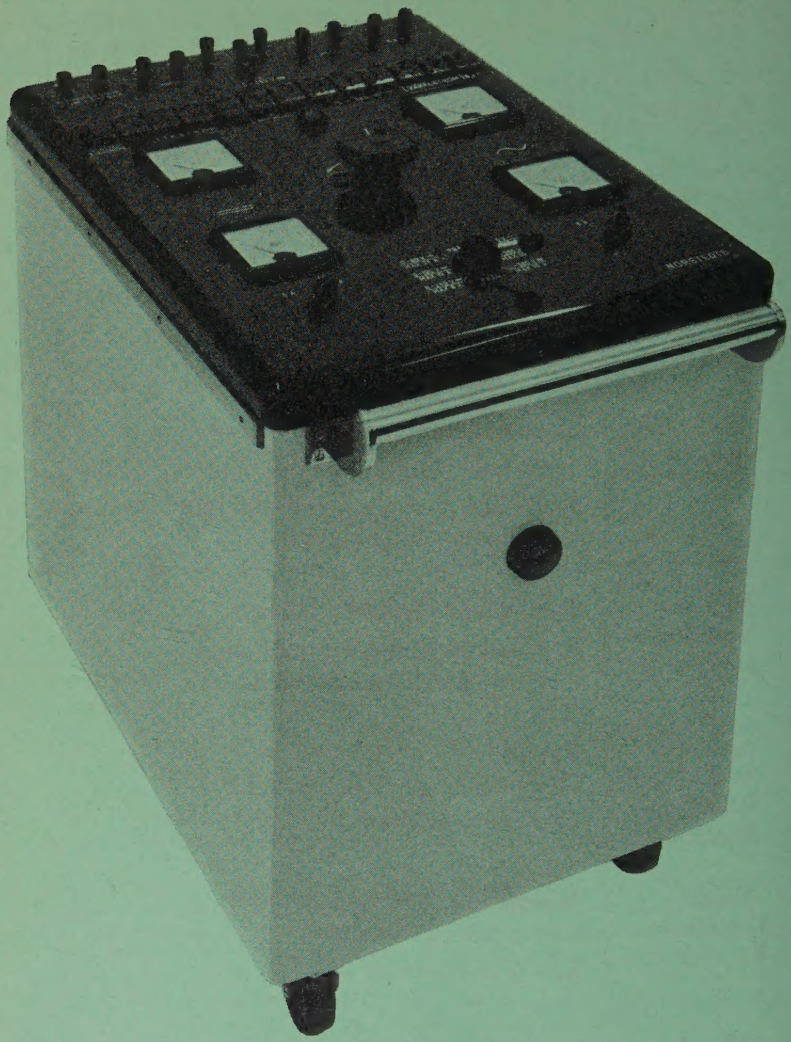
Klass 9. Alternativkurs 1. G 3:—

Klass 9. Alternativkurs 2. G 3:35

B
F
SVENSKA BOKFÖRLAGET

SKOLBOKCENTRALEN
David Bagaresgata 20, Stockholm C · Postgiro 55 160
UTSTÄLLNING · LÄRAREXEMPLAR · REKVISITIONER
Utställning även Göteborg, Parkgatan 19
Malmö, Hamngatan 4 · *Linköping*, Klostergatan 26
Luleå, Tullgatan 16 · *Sundsvall*, Rådhusgatan 37

Den transportabla KOPPLINGSTAVLAN



Praktisk nyhet från Norstedts för alla läroverk och därmed jämställda läroanstalter. Kopplingstavlan kan användas var som helst där tillgång till 3-fas växelström finnes och är försedd med hjul för att lätt kunna flyttas.

NORSTEDTS SKOLAVDELNING

STOCKHOLM · GÖTEBORG · MALMÖ · LINKÖPING · LULEÅ · SUNDSVALL